

CALCOLO DEL M.C.D. ATTRAVERSO LA SCOMPOSIZIONE IN FATTORI PRIMI

Così come avete visto nel video che vi ho consigliato di guardare, parliamo ora del calcolo del M.C.D. attraverso le scomposizioni in fattori primi.

Il calcolo del M.C.D. tra numeri alti può essere fatto attraverso la scomposizioni in fattori primi.

Vediamo un esempio:

Calcola il M.C.D. tra i numeri 144 e 420.

Svolgimento:

si scompongono i due numeri in fattori primi:

144		2	420		2
72		2	210		2
36		2	105		3
18		2	35		5
9		3	7		7
3		3	1		
1					

$$144 = 2^4 \times 3^2 \qquad 420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$$

Per calcolare il M.C.D. tra i due numeri considerati, si **devono scegliere i fattori comuni (cioè presenti in tutte le scomposizioni ottenute) con l'esponente più basso, ossia:**

considerando le scomposizioni ottenute $144 = 2^4 \times 3^2$ e $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$

i fattori comuni sono:

- 2^4 e 2^2 ;

tra questi due fattori si **sceglie 2^2** poichè è quello con l'esponente più basso;

- 3^2 e 3 :

tra questi due fattori si **sceglie 3** poichè è quello con l'esponente più basso.

* i fattori 5 e 7 non sono da scegliere in quanto non sono comuni alle due scomposizioni.

Una volta scelti i fattori, si moltiplicano tra loro:

$$\text{M.C.D. (144; 420)} = 2^2 \times 3 = 4 \times 3 = 12$$

Dunque, il M.C.D. tra 144 e 420 è 12.

Riproviamo:

Calcola il M.C.D. tra 120, 400, 480.

Svolgimento:

Scompongo in fattori primi i numeri dati:

$$\begin{array}{r|l} 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 400 & 2 \\ 200 & 2 \\ 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 480 & 2 \\ 240 & 2 \\ 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$120 = 2^3 \times 3$$

$$400 = 2^4 \times 5^2$$

$$480 = 2^5 \times 3 \times 5$$

Osservando le scomposizioni ottenute, si nota che i fattori comuni alle tre scomposizioni sono:

$$2^3 \quad 2^4 \quad 2^5$$

Tra questi tre fattori, **scelgo** quello con l'esponente più basso ossia 2^3 .

Altri fattori comuni alle tre scomposizioni non ce ne sono (il 3 e il 5 sono presenti solo in due scomposizioni, dunque non li posso scegliere).

In conclusione:

$$\text{M.C.D.} (120; 400; 420) = 2^3 = 8$$

RICORDA: quando si parla di **FATTORI COMUNI** si intendono i numeri primi che **sono presenti**

in tutte le scomposizioni ottenute (come hai visto negli esempi, molto spesso possono essere elevati a potenza).

Ad esempio:

supponiamo di avere le seguenti scomposizioni:

$$1485 = 3^3 \times 5 \times 11; \quad 90 = 2 \times 3^2 \times 5 \quad 6000 = 2^4 \times 3 \times 5^3$$

I fattori **comuni** sono:

$3^3 \quad 3^2 \quad 3$ ossia il fattore 3 è presente in tutte le scomposizioni (con le sue potenze) e

$5 \quad 5 \quad 5^3$ ossia il fattore 5 è presente in tutte le scomposizioni.

I fattori **da scegliere** sono: 3 e 5.

Una volta individuati i fattori da scegliere , per ottenere il M.C.D. basta moltiplicarli tra loro.

Nel nostro caso considerato si avrà:

$$\text{M.C.D.}(1485; 90; 6000) = 3 \times 5 = 15$$

N.B.

A volte, è possibile che il M.C.D. tra due o più numeri sia 1; ad esempio, se si considerano i numeri:

156 121 35, le loro scomposizioni in fattori primi sono:

$$156 = 2^2 \times 3 \times 13 \quad 121 = 11^2 \quad 35 = 5 \times 7$$

Ossevando le tre scomposizioni, si nota che **NON CI SONO FATTORI IN COMUNE ALLE TRE SCOMPOSIZIONI.**

In questo caso, allora, questi tre numeri hanno M.C.D. il numero 1 ossia il loro massimo comune divisore è 1.

Ora prova tu:

Svolgi sul quaderno gli esercizi di pag. 309 dal n.164 al n. 174 compreso.