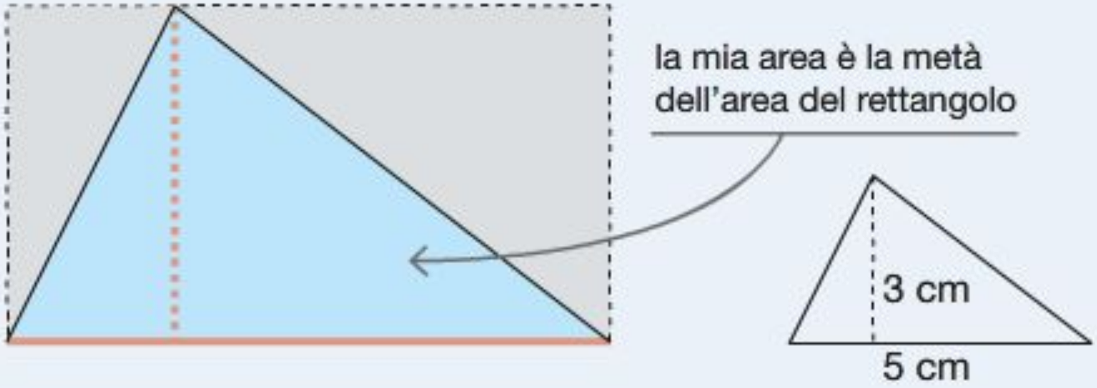
MATEMATICA

- GEOMETRIA: AREA DEI TRIANGOLI, DEI TRAPEZI E DI UNA FIGURA QUALSIASI
- COMPITI DA SVOLGERE DI ARITMETICA E GEOMETRIA SULLA SCALA DI RIDUZIONE E SULLE AREE DELLE FIGURE PIANE
  (le risoluzioni degli esercizi verranno caricate su Classroom nei prossimi giorni)

CALCOLO DELL’AREA DEI TRIANGOLI

L’*area del triangolo* si ottiene moltiplicando la lunghezza della *base* per quella dell’*altezza* e dividendo il prodotto per 2.

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$



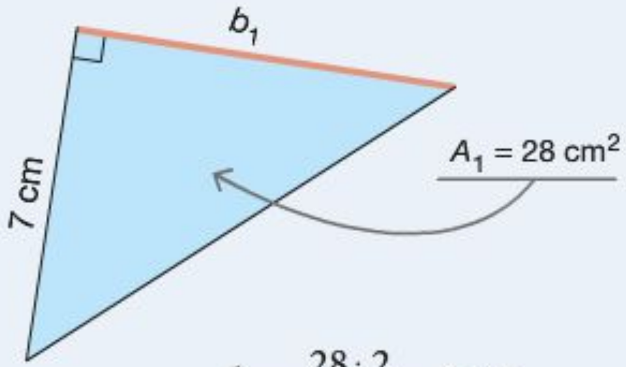
$$A = \frac{3 \cdot 5}{2} = 7{,}5\ \text{cm}^2$$

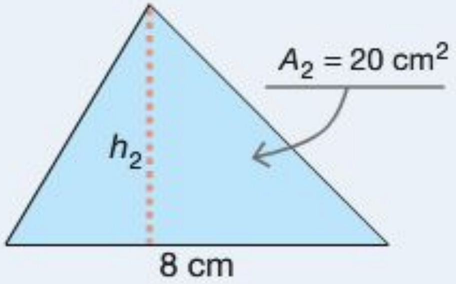
La figura spiega il perchè la formula è quella sopra esposta.

LE FORMULE INVERSE...

Quando conosci l'*area* e la *base* oppure l'*area* e l'*altezza* di un triangolo, per determinare l'altra dimensione puoi moltiplicare l'area per 2 (ottenendo l'area del rettangolo) e dividere il prodotto per la dimensione nota.

$$b = \frac{2A}{h} \qquad h = \frac{2A}{b}$$



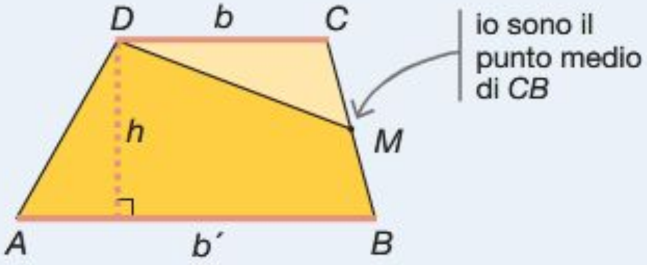


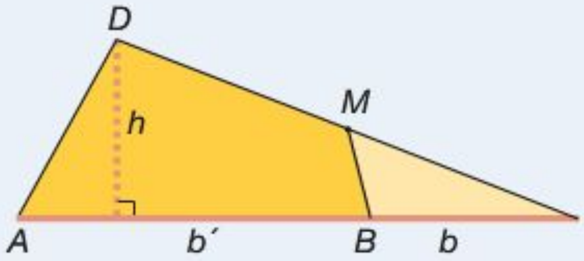
$$b_1 = \frac{28 \cdot 2}{7} = 8\ \text{cm} \qquad h_2 = \frac{20 \cdot 2}{8} = 5\ \text{cm}$$

CALCOLO DELL'AREA DEI TRAPEZI

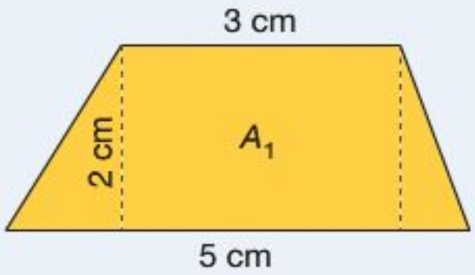
L'*area del trapezio* si ottiene moltiplicando la *somma* delle lunghezze *delle basi* per l'*altezza* e dividendo il prodotto per 2.

$$A = \frac{(b + b') \cdot h}{2}$$





$$A_1 = \frac{(3 + 5) \cdot 2}{2} = \frac{8 \cdot 2}{2} = 8 \text{ cm}^2$$



Le figure a fianco spiegano il perché la formula è quella sopra esposta.

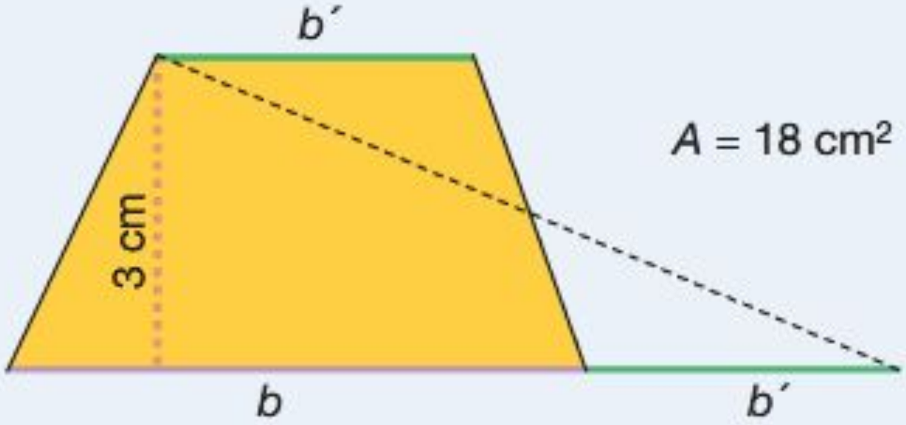
LE FORMULE INVERSE...

Quando conosci l'*area* e la misura dell'*altezza* di un trapezio, per determinare la somma delle basi puoi moltiplicare l'area per 2 e dividere il prodotto per l'altezza.

$$b + b' = \frac{2A}{h}$$

Puoi osservare che:

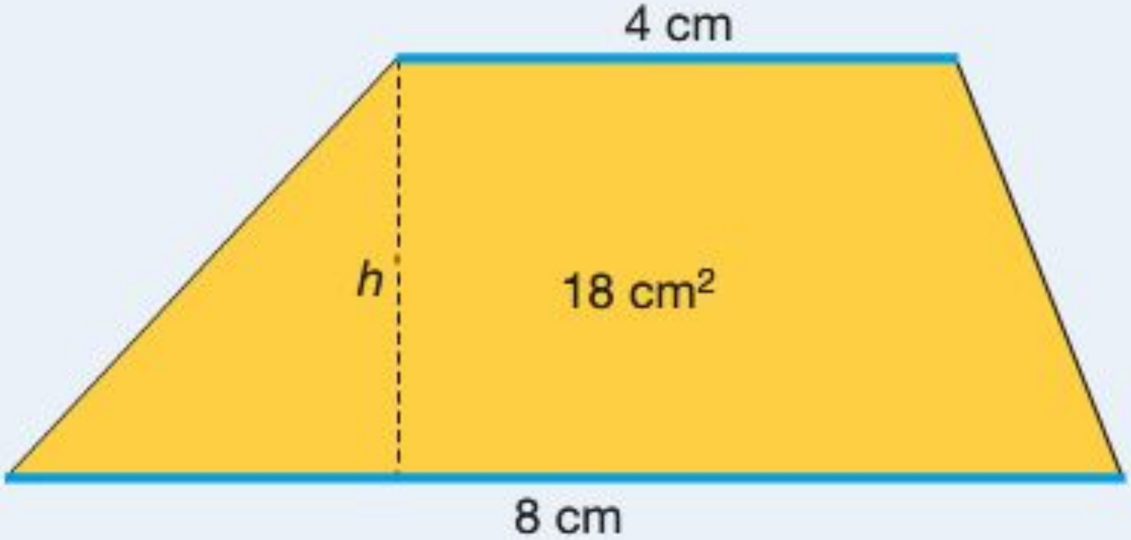
$$b + b' = \frac{18 \cdot 2}{3} = \frac{36}{3} = 12 \text{ cm}$$



Quando conosci l'*area* e la misura delle *basi* di un trapezio, per determinare l'altezza puoi moltiplicare l'area per 2 e dividere il prodotto per la somma delle basi.

$$h = \frac{2A}{b + b'}$$

$$h = \frac{18 \cdot 2}{4 + 8} = \frac{36}{12} = 3 \text{ cm}$$



ALTRA FORMULA PER IL CALCOLO DELL'AREA DEL TRIANGOLO : LA FORMULA DI ERONE

Se si conoscono le misure dei tre lati di un triangolo, ma non si ha la misura di alcuna delle altezze, si può calcolare l'area usando la **formula di Erone** (matematico greco vissuto tra il I e il II secolo d.C.).

PAROLE ▶ L'**area del triangolo** si calcola estraendo la radice quadrata del prodotto del semiperimetro per tutte le differenze tra il semiperimetro e la misura di ciascun lato.	**SIMBOLI ▶** Se $\frac{p}{2}$ = semiperimetro a, b, c = lati del triangolo $A = \sqrt{\frac{p}{2} \cdot \left(\frac{p}{2} - a\right) \cdot \left(\frac{p}{2} - b\right) \cdot \left(\frac{p}{2} - c\right)}$

Esempio

Calcoliamo l'area di un triangolo che ha i lati che misurano rispettivamente 25 cm, 52 cm e 63 cm.

Dati	Domande
$AB = 25$ cm $BC = 52$ cm $CA = 63$ cm	$A = ?$

Formule	Calcoli
$p = AB + BC + CA$	$p = 25\text{ cm} + 52\text{ cm} + 63\text{ cm} = 140\text{ cm}$
$A = \sqrt{\frac{p}{2} \cdot \left(\frac{p}{2} - AB\right) \cdot \left(\frac{p}{2} - BC\right) \cdot \left(\frac{p}{2} - CA\right)}$	$\frac{p}{2} = \frac{140\text{ cm}}{2} = 70\text{ cm}$ $A = \sqrt{70 \cdot (70-25) \cdot (70-52) \cdot (70-63)}\text{ cm}^2 =$ $= \sqrt{396\,900}\text{ cm}^2 = 630\text{ cm}^2$

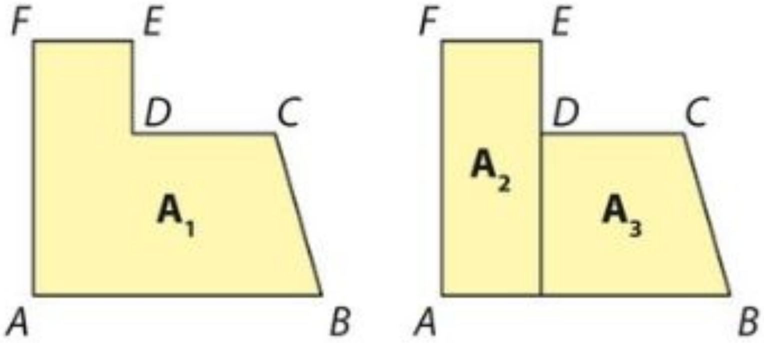
COME CALCOLARE L'AREA DI UNA FIGURA QUALSIASI

Nella realtà può capitare di dover misurare la superficie di figure per le quali non abbiamo formule per il calcolo dell'area. Questo succede, per esempio, con poligoni qualsiasi come per il pavimento di un'aula o di una cameretta.

Per i **poligoni qualsiasi** l'area può essere calcolata come somma o differenza di aree di poligoni dei quali conosciamo le formule per l'area.

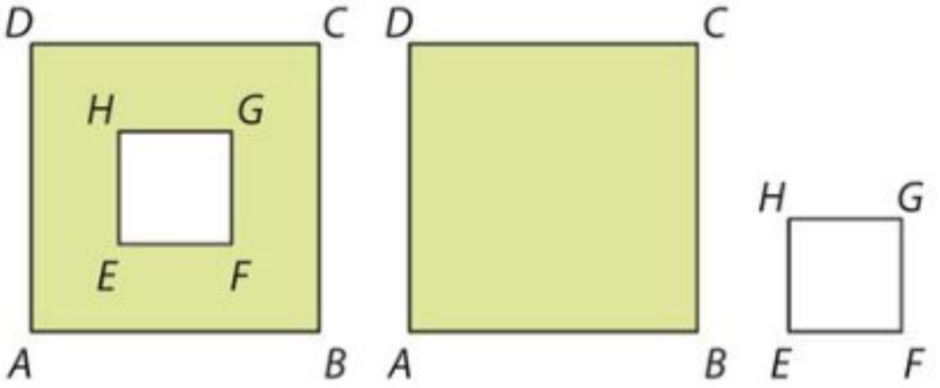
- **Area come somma di aree di poligoni**: un poligono viene scomposto come somma di più poligoni di cui sono note le formule per il calcolo dell'area.

Non abbiamo una formula diretta che ci permetta di calcolare l'area dell'esagono *ABCDEF*, quindi lo scomponiamo in poligoni di cui conosciamo le formule per il calcolo dell'area: un rettangolo e un trapezio. L'area dell'esagono è uguale alla somma delle aree dei poligoni in cui lo abbiamo scomposto:



$$A_1 = A_2 + A_3$$

- **Area come differenza di aree di poligoni**: questo metodo serve per determinare l'area di un poligono che contiene internamente un altro poligono.

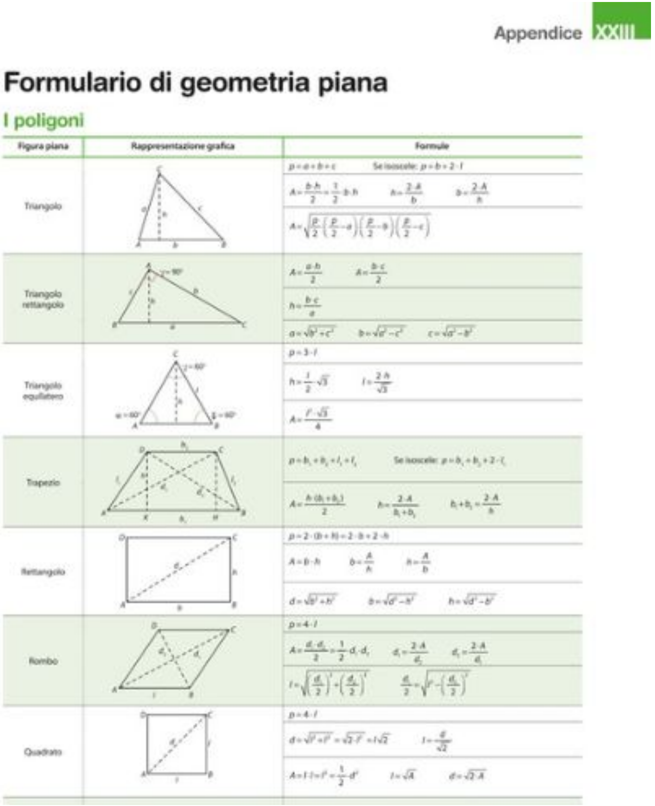


Per calcolare l'area della parte colorata della prima figura consideriamo le aree dei quadrati *ABCD* ed *EFGH*.

L'area colorata è uguale alla differenza tra le due aree:

$$A_{\text{colorata}} = A_{ABCD} - A_{EFGH}$$

FORMULARIO SULLE FIGURE PIANE



Appendice XXIII

Formulario di geometria piana

I poligoni

Figura piana	Rappresentazione grafica	Formule
Triangolo		$p=a+b+c$ Se isoscele: $p=b+2\cdot l$ $A=\frac{b\cdot h}{2}=\frac{1}{2}b\cdot h$ $h=\frac{2\cdot A}{b}$ $b=\frac{2\cdot A}{h}$ $A=\sqrt{\frac{p}{2}\left(\frac{p}{2}-a\right)\left(\frac{p}{2}-b\right)\left(\frac{p}{2}-c\right)}$
Triangolo rettangolo		$A=\frac{a\cdot h}{2}$ $A=\frac{b\cdot c}{2}$ $h=\frac{b\cdot c}{a}$ $a=\sqrt{b^2+c^2}$ $b=\sqrt{a^2-c^2}$ $c=\sqrt{a^2-b^2}$
Triangolo equilatero		$p=3\cdot l$ $h=\frac{l}{2}\cdot\sqrt{3}$ $l=\frac{2\cdot h}{\sqrt{3}}$ $A=\frac{l^2\cdot\sqrt{3}}{4}$
Trapezio		$p=b_1+b_2+l_1+l_2$ Se isoscele: $p=b_1+b_2+2\cdot l_1$ $A=\frac{h\cdot(b_1+b_2)}{2}$ $h=\frac{2\cdot A}{b_1+b_2}$ $b_1+b_2=\frac{2\cdot A}{h}$
Rettangolo		$p=2\cdot(b+h)=2\cdot b+2\cdot h$ $A=b\cdot h$ $b=\frac{A}{h}$ $h=\frac{A}{b}$ $d=\sqrt{b^2+h^2}$ $b=\sqrt{d^2-h^2}$ $h=\sqrt{d^2-b^2}$
Rombo		$p=4\cdot l$ $A=\frac{d_1\cdot d_2}{2}=\frac{1}{2}d_1\cdot d_2$ $d_1=\frac{2\cdot A}{d_2}$ $d_2=\frac{2\cdot A}{d_1}$ $l=\sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2+\left(\frac{d_2}{2}\right)^2}$ $\frac{d_1}{2}=\sqrt{l^2-\left(\frac{d_2}{2}\right)^2}$
Quadrato		$p=4\cdot l$ $d=\sqrt{l^2+l^2}=\sqrt{2\cdot l^2}=l\sqrt{2}$ $l=\frac{d}{\sqrt{2}}$ $A=l\cdot l=l^2=\frac{1}{2}d^2$ $l=\sqrt{A}$ $d=\sqrt{2\cdot A}$

N.B.

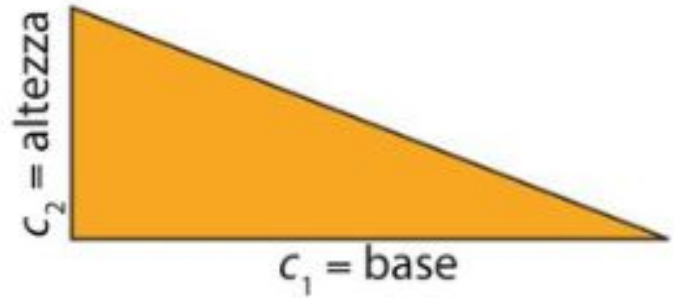
Nell’appendice del libro di geometria (pag XXIII) è presente un formulario sulle figure studiate che potreste fotocopiare ed inserire nel vostro quaderno.

ESERCIZI DA SVOLGERE DI GEOMETRIA

Calcola la base di un triangolo avente l'altezza che misura 15 cm e l'area di 60 cm^2.

Dati	Domande
$h =$ .... $A =$	$b = ?$

Formule	Calcoli
$b = \dfrac{2 \cdot \ldots\ldots}{\ldots\ldots}$	$b = \dfrac{2 \cdot \ldots\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ldots\ldots$



Calcola l'area di un triangolo rettangolo avente il cateto maggiore e il cateto minore che misurano rispettivamente 36 cm e 24 cm.

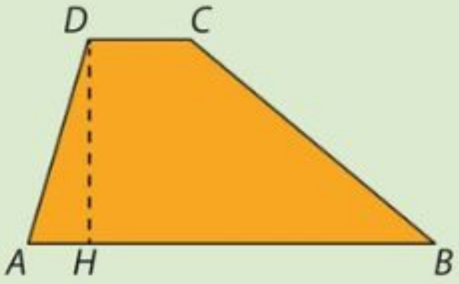
Dati	Domande	Formule	Calcoli
$c_1 =$ …… $c_2 =$ ……	$A = ?$	$\ldots = \frac{\ldots \cdot \ldots}{\ldots}$	$\ldots = \frac{\ldots \cdot \ldots}{\ldots} = \ldots$

Calcola l'area di un triangolo avente i lati che misurano 12 cm, 35 cm e 37 cm.

(Bisogna considerare la formula di Erone)

Calcola l'area di un trapezio scaleno avente la base maggiore che misura 16 cm, la base minore che è $\frac{1}{4}$ della base maggiore e l'altezza che misura 8 cm.

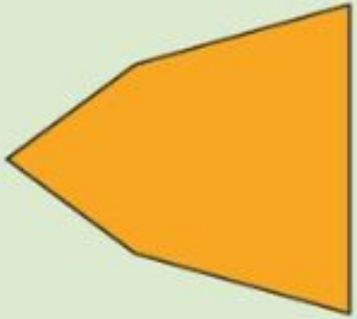
Dati	Domande
$AB = 16$ cm $CD = \frac{1}{4} \cdot AB$ $DH = 8$ cm	$A = ?$



Formule	Calcoli
$b_2 =$	$b_2 =$ .... $=4$ cm
$A =$	$A =$ .... $=$ .... cm^2

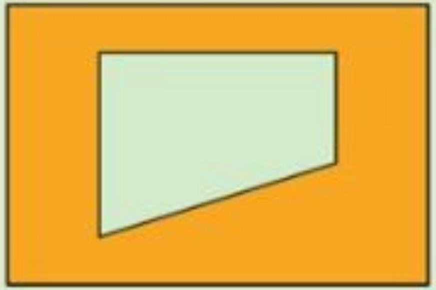
Assegna un nome a ciascuno dei vertici della figura, suddividi la figura in poligoni di cui conosci le formule per il calcolo dell'area e individua come procedere per calcolare l'area della figura proponendo una formula.

....



Assegna un nome a ciascuno dei vertici della figura e, utilizzando il metodo per il calcolo dell'area come differenza di aree di poligoni, proponi una formula per calcolare l'area della parte colorata.

....



ESERCIZI DA SVOLGERE DI ARITMETICA SUGLI ARGOMENTI DELLA SCORSA SETTIMANA

Hai una carta geografica con scala 1 : 100 000. Calcola a quanto corrisponde nella realtà la distanza di 5 cm.

La seguente tabella si riferisce a misure di lunghezza effettuate su tre disegni eseguiti utilizzando diverse scale di riduzione. Completa la tabella con i dati mancanti.

Misura reale	Misura ridotta in scala	Scala di riduzione
....	8,4 cm	1 : 5000
48 m = ... cm	....	1 : 250
24 m = ... cm	3 cm	....

Un armadio è largo 3,5 m , alto 2,5 m e profondo 80 cm . Disegna, in scala 1 : 50, la sagoma dell'armadio visto dall'alto. Disegna, in scala 1 : 50, la sagoma dell'armadio visto di fronte.

Una via, misurata in una cartina in scala 1: 50000 è lunga 7,8 cm. La stessa via, misurata in una seconda cartina, è lunga 2,6 cm. Quale è la scala di riduzione della seconda cartina