# MATEMATICA (ALGEBRA)

- ESPRESSIONI CON I PRODOTTI NOTEVOLI
- LE EQUAZIONI
- COMPITI DA SVOLGERE

# ESPRESSIONI CON I PRODOTTI NOTEVOLI

RISOLVERE QUESTE ESPRESSIONI SIGNIFICA RIDURRE I POLINOMI E I MONOMI CON LE MODALITA' GIA' VISTE IN PRECEDENZA. L'UNICA DIFFERENZA E' CHE, NEI CASI OPPORTUNI, BISOGNA APPLICARE LE FORMULE DEI PRODOTTI NOTEVOLI.

**FORMULARIO DEI PRODOTTI NOTEVOLI STUDIATI (con a e b due monomi qualsiasi)**

| | |
|---|---|
| $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ | somma per differenza |
| $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$ | quadrato di un binomio |

# ESEMPIO DI ESPRESSIONE

$(a+2)^2+(a+1)(a-1)-4a=$

In questa espressione sono presenti solamente parentesi tonde, quindi il primo passaggio prevede di svolgere le operazioni necessarie per poter togliere le parentesi; le operazioni da svolgere sono, nello specifico:

- un **quadrato di un binomio** $\rightarrow (a+2)^2$
- una **somma per differenza** $\rightarrow (a+1)(a-1)$

Svolgendo le operazioni sopra indicate (si deve fare riferimento alle regole di svolgimento dei prodotti notevoli):

- $(a+2)^2=a^2+4a+4$
- $(a+1)(a-1)=a^2-1$

si ottiene:

$$a^2+4a+4+a^2-1-4a=$$

Ora è sufficiente individuare eventuali monomi simili tra loro ($a^2$ e $+a^2$; $+4a$ e $-4a$; $+4$ e $-1$) e svolgere la somma algebrica, ottenendo:

$$2a^2+3$$

# ESERCIZI DA SVOLGERE

$$(3x + y)^2 = (3x)^2 + 2(3x)(y) + (y)^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots ;$$

$$(-2x + 3y)^2 = (-2x)^2 + 2(-2x)(3y) + (3y)^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots ;$$

**Semplifica la seguente espressione:**

$(b + 2)(b - 2) - (b + 2)^2.$

---

$(b + 2)(b - 2) - (b + 2)^2 =$

$= (b^{\cdots} - \ldots) - (b^{\cdots} + 4b + \ldots) =$ Calcola il prodotto notevole e sviluppa il quadrato.

$= \cancel{\ldots} - 4 - \cancel{b}^{\cdots} - 4b - \ldots =$ Togli le parentesi cambiando i segni ai termini del secondo polinomio.

$= - \ldots - 4 \ldots .$ Somma i termini simili o elimina gli opposti.

Semplifica la seguente espressione:

$$(x-a)(x+a)-(x-2a)^2.$$

---

$$(x\ -a)(x\ +a)-(x\ -2a)^2=$$

$$=(x^{\cdots}-a^{\cdots})-(x^2-\ldots+4a^2)=$$

$$=\cancel{x}^{\cdots}-a^{\cdots}-\cancel{x}^2+\ldots-\ldots=$$

$$=-\ldots a^2+\ldots$$

$(a+2b)^2-4ab$ $[a^2+4b^2]$

$\left(\frac{1}{2}a-b\right)^2-2ab$ $\left[\frac{1}{4}a^2-3ab+b^2\right]$

$(a+3)(a-3)-(a+3)^2$ $[-6a-18]$

$(2a+1)^2-(2a-2)(2a+2)-5$ $[4a]$

$(t+5)^2+(5-2t)(5+2t)-10t$ $[-3t^2+50]$

$(2x+1)^2+(x+1)(x-1)-(x+2)(x-2)$ $[4x^2+4x+4]$

# LE EQUAZIONI

Si chiama **equazione** un’uguaglianza fra due espressioni entrambi letterali, oppure una letterale e una numerica, che è verificata (cioè è vera) solo per particolari valori assegnati alle lettere contenute nelle espressioni.

La lettera contenuta nelle espressioni (solitamente il termine **x**) si dice **incognita**; il particolare valore per il quale risulta vera l’uguaglianza si chiama **soluzione**. L’espressione che compare a sinistra dell’uguale si dice **primo membro**, quella a destra **secondo membro**.

# ESEMPI DI SEMPLICI EQUAZIONI

$2x = -6$ è un esempio di uguaglianza tra una espressione letterale ($2x$) e una numerica ($-6$).

L'uguaglianza è verificata da un unico valore che è $x=-3$ (soluzione dell'equazione)

infatti $2 \cdot (-3) = -6$ $\quad\quad$ $-6 = -6$

(se attribuiamo all'incognita x un altro valore si ha che l'uguaglianza non è verificata)

$10x - 4 = 8x$ è un esempio di uguaglianza tra due espressioni letterali ($10x-4$ e $8x$).

L'uguaglianza è verificata da un unico valore che è $x= +2$ (soluzione dell'equazione)

infatti $10 \cdot 2 - 4 = 8 \cdot 2$ $20 - 4 = 16$ $16 = 16$

(se attribuiamo all'incognita x un altro valore si ha che l'uguaglianza non è verificata)

# RISOLUZIONE DI UN'EQUAZIONE DI 1°GRADO IN UNA INCOGNITA (x)

Risolvere un'equazione di 1°grado significa **trovare la soluzione dell'equazione** cioè  il particolare valore per il quale risulta vera l'uguaglianza.

Ad esempio, non è immediato e semplice, come nei casi precedenti, individuare la soluzione dell'equazione seguente

$$2 \cdot (3 - 4x) - 3 \cdot (x+1) = 6 - 15x$$

# MODALITÀ DI RISOLUZIONE DELLE EQUAZIONI

Per risolvere un’equazione di primo grado si devono rispettare i seguenti passaggi:

NOTA BENE! IL QUADRATINO PRESENTE NELLE EQUAZIONI INDICA IL SEGNO "PER" DI MOLTIPLICAZIONE

1) Se nell’equazione sono contenuti termini con coefficienti numerici frazionari, si moltiplicano tutti i termini per il m.c.m dei denominatori.
2) Si eseguono le operazioni presenti (in genere le moltiplicazioni)
3) Si trasportano tutti i termini in cui compare l’incognita al primo membro e tutti i termini noti al secondo membro, cambiandoli di segno.
4) Si riducono i termini simili, cioè si effettua la somma algebrica (si ottiene così l’equazione nella forma $\mathbf{a \square x = b}$ con **a** e **b** un qualsiasi numero intero e **a** diverso da zero)
5) Si trova la soluzione tenendo conto della formula $\mathbf{x = b/a}$

# ESEMPI DI RISOLUZIONI DI EQUAZIONI

N°1

$8x + 4 - 9 = 2x + 7$

1) non vi sono coefficienti numerici frazionari
2) non vi sono moltiplicazioni da svolgere
3) si effettuano i trasporti dei termini con l'incognita e noti $8x - 2x = +7 - 4 + 9$
4) si riducono tutti i termini simili $6x = 12$ ( $\mathbf{a \cdot x = b}$ con **a=6** e **b=12** )
5) si trova la soluzione con la formula x=b/a $x = 12:6 = +2$

N°2

$2 \cdot (3 - 4x) - 3 \cdot (x + 1) = 6 - 15x$

1) non vi sono coefficienti numerici frazionari
2) si effettuano le moltiplicazioni $6 - 8x - 3x - 3 = 6 - 15x$
3) si effettuano i trasporti dei termini con l’incognita e noti $- 8x - 3x + 15x = 6 - 6 + 3$
4) si riducono tutti i termini simili $+4x = +3$ ( $\mathbf{a \cdot x = b}$ con **a=4** e **b=3** )
5) si trova la soluzione con la formula x=b/a $x = 3:4 = + 3/4$

N°3

$$\frac{2x + 3}{3} - \frac{1}{5} = \frac{x - 1}{3} + 1$$

1) sono presenti coefficienti numerici frazionari quindi si calcola il m.c.m. dei denominatori : mcm (3;5) = 15

poi si moltiplicano tutti i termini dell’equazione per il mcm

$15 \cdot \frac{2x + 3}{3} - 15 \cdot \frac{1}{5} = 15 \cdot \frac{x - 1}{3} + 15 \cdot 1$ e si semplificano i denominatori con il mcm

$5 \cdot (2x + 3) - 3 \cdot 1 = 5 \cdot (x - 1) + 15 \cdot 1$

2) si effettuano le moltiplicazioni $10x + 15 - 3 = 5x - 5 + 15$

3) si effettuano i trasporti dei termini con l’incognita e noti $10x - 5x = - 5 + 15 - 15 + 3$

4) si riducono tutti i termini simili $+5x = -2$ ( $\mathbf{a \cdot x = b}$ con **a=5** e **b=-2** )

5) si trova la soluzione con la formula x=b/a $x = -2 /+5= - 2/5$

# EQUAZIONI DA SVOLGERE

Risolvere gli esercizi da pag. 99 (libro di algebra)

n° 582, 589, 595, 622

Non dovete eseguire le verifiche (argomento ancora non svolto)