

Divisibilità³

- Numeri primi e numeri composti
- Scomposizione in fattori primi
- Massimo Comune Divisore

Ripasso delle precedenti lezioni

Divisibilità1

- **Multipli di un numero**

$$M(3)=\{3, 6, 9, 12, 15, \dots\}$$

- **Divisori di un numero**

$$D(4)=\{1, 2, 4\}$$

Divisibilità2

- **Criteri di divisibilità**

Numeri primi e numeri composti

- Un numero naturale si dice primo se è divisibile solo per 1 e per se stesso. Un numero naturale si dice composto se ha altri divisori oltre 1 e se stesso

I numeri primi sono 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19...

I numeri composti sono 4, 6, 9, 15.....

Nel prontuario si
possono trovare i
numeri primi da 1
a 5000

[Densità - Numeri primi]

Numeri primi minori di 5000

2	199	467	769	1087	1429	1741	2089	2437	2791	3187	3541	3911	4271	4663
3	211	479	773	1091	1433	1747	2099	2441	2797	3191	3547	3917	4273	4679
5	223	487	787	1093	1439	1753	2111	2447	2801	3203	3557	3919	4283	4679
7	227	491	797	1097	1447	1759	2113	2459	2803	3209	3559	3923	4289	4691
11	229	499	809	1103	1451	1777	2129	2467	2819	3217	3571	3929	4297	4703
13	233	503	811	1109	1453	1783	2131	2473	2833	3221	3581	3931	4327	4721
17	239	509	821	1117	1459	1787	2137	2477	2837	3229	3583	3943	4337	4723
19	241	521	823	1123	1471	1789	2141	2503	2843	3251	3593	3947	4339	4729
23	251	523	827	1129	1481	1801	2143	2521	2851	3253	3607	3967	4349	4733
29	257	541	829	1151	1483	1811	2153	2531	2857	3257	3613	3989	4357	4751
31	263	547	839	1153	1487	1823	2161	2539	2861	3259	3617	4001	4363	4759
37	269	557	853	1163	1489	1831	2179	2543	2879	3271	3623	4003	4373	4783
41	271	563	857	1171	1493	1847	2203	2549	2887	3299	3631	4007	4391	4787
43	277	569	859	1181	1499	1861	2207	2551	2897	3301	3637	4013	4397	4789
47	281	571	863	1187	1511	1867	2213	2557	2903	3307	3643	4019	4409	4793
53	283	577	877	1193	1523	1871	2221	2579	2909	3313	3659	4021	4421	4799
59	293	587	881	1201	1531	1873	2237	2591	2917	3319	3671	4027	4423	4801
61	307	593	883	1213	1543	1877	2239	2593	2927	3323	3673	4049	4441	4813
67	311	599	887	1217	1549	1879	2243	2609	2939	3329	3677	4051	4447	4817
71	313	601	907	1223	1553	1889	2251	2617	2953	3331	3691	4057	4451	4831
73	317	607	911	1229	1559	1901	2267	2621	2957	3343	3697	4073	4457	4861
79	331	613	919	1231	1567	1907	2269	2633	2963	3347	3701	4079	4463	4871
83	337	617	929	1237	1571	1913	2273	2647	2969	3359	3709	4091	4481	4877
89	347	619	937	1249	1579	1931	2281	2657	2971	3361	3719	4093	4483	4889
97	349	631	941	1259	1583	1933	2287	2659	2999	3371	3727	4099	4493	4903
101	353	641	947	1277	1597	1949	2293	2663	3001	3373	3733	4111	4513	4919
103	359	643	953	1279	1601	1951	2297	2671	3011	3389	3739	4127	4513	4919
107	367	647	967	1283	1607	1973	2309	2677	3019	3391	3761	4129	4517	4931
109	373	653	971	1289	1609	1979	2311	2683	3023	3407	3767	4133	4519	4933
113	379	659	977	1291	1613	1987	2333	2687	3037	3413	3769	4139	4523	4937
127	383	661	983	1297	1619	1993	2339	2689	3041	3433	3779	4153	4547	4943
131	389	673	991	1301	1621	1997	2341	2693	3049	3449	3793	4157	4549	4951
137	397	677	997	1303	1627	1999	2347	2699	3061	3457	3797	4159	4561	4957
139	401	683	1009	1307	1637	2003	2351	2707	3067	3461	3803	4177	4567	4967
149	409	691	1013	1319	1657	2011	2357	2711	3079	3463	3821	4201	4583	4969
151	419	701	1019	1321	1663	2017	2371	2713	3083	3467	3823	4211	4591	4973
157	421	709	1021	1327	1667	2027	2377	2719	3089	3469	3833	4217	4597	4987
163	431	719	1031	1361	1669	2029	2381	2729	3109	3491	3847	4219	4603	4993
167	433	727	1033	1367	1693	2039	2383	2731	3119	3499	3851	4229	4621	4999
173	439	733	1039	1373	1697	2053	2389	2741	3121	3511	3853	4231	4637	
179	443	739	1049	1381	1699	2063	2393	2749	3137	3517	3863	4241	4639	
181	449	743	1051	1399	1709	2069	2399	2753	3163	3527	3877	4243	4643	
191	457	751	1061	1409	1721	2081	2411	2767	3167	3529	3881	4253	4649	
193	461	757	1063	1423	1723	2083	2417	2777	3169	3533	3889	4259	4651	
197	463	761	1069	1427	1733	2087	2423	2789	3181	3539	3907	4261	4657	

Scomposizione in fattori primi

- Nella scomposizione in fattori primi un numero composto viene rappresentato dal prodotto di due o più fattori primi

$$14=2\cdot 7$$

- Per la scomposizione in fattori primi o fattorizzazione useremo LA BARRA VERTICALE
- Scomponiamo in fattori primi i numeri 28 e 42
- I numeri primi sono: 2, 3, 5, 7...

Scomponiamo in fattori primi i numeri dati:

28		2	28 = 2 ² × 7	42		2	42 = 2 × 3 × 7
14		2		21		3	
7		7		7		7	
1				1			

Scomposizione in fattori primi di numeri che terminano con 0, 00, 000

- **Nei numeri che terminano con 0** ossia divisibili per 10, il 10 può essere sostituito dal prodotto in numeri primi $10=2\cdot 5$
- **Nei numeri che terminano con 00** ossia divisibili per 100, il 100 può essere sostituito dal prodotto in numeri primi $100=2^2\cdot 5^2$
- **Nei numeri che terminano con 000** ossia divisibili per 1000, il 1000 può essere sostituito dal prodotto in numeri primi $1000=2^3\cdot 5^3$

$$\begin{array}{r|l} 120 & 2\cdot 5 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$
$$120=2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\begin{array}{r|l} 4000 & 2^3\cdot 5^3 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$
$$4000=2^5\cdot 5^3$$

Massimo comune divisore

- Il massimo comune divisore tra due o più numeri è il maggiore dei loro divisori in comuni.
- Con il metodo della elencazione

$$D(12)=\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$D(18)=\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$

$$\mathbf{M.C.D.(12, 18)=6}$$

Calcolo dell'M.C.D. con il metodo della scomposizione in fattori primi

$$\begin{array}{l|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$12= 2^2 \cdot 3$$

$$18= 2 \cdot 3^2$$

Si scompongono i numeri in fattori primi e si moltiplicano tra loro i

- 1) **Fattori comuni**
- 2) **Presi una sola volta**
- 3) **Con l'esponente minore**

$$\mathbf{M.C.D.(12, 18)=2 \cdot 3=6}$$

Osservazioni sul M.C.D.

Prendiamo in considerazione due numeri, 3 e 8 ed elenchiamo i divisori comuni

$$D(3) = \{1, 3\}$$

$$D(8) = \{1, 2, 4, 8\}$$

L'unico divisore che hanno in comune è 1, che è il divisore di tutti i numeri naturali

I numeri che ammettono solo 1 come divisore comune si dicono

PRIMI TRA LORO

Esercizio svolto

Calcola il M.C.D.
della coppia di
numeri 20 e 36 con il
metodo della
scomposizione in
fattori primi

20		2·5	36		2
2		2	18		2
1			9		3
			3		3
			1		

$20 = 2^2 \cdot 5$ $36 = 2^2 \cdot 3^2$

M.C.D. = 2^2

- Per esercitarsi
Tutti gli es di pg 245 sul libro (numeri primi e composti
es 4 pg 247 sul libro (scomposizione in fattori primi)
es 5 pg 249 sul libro (scomposizione in fattori primi e calcolo del M.C.D.)
- Es 146-147 pg 279 sul quaderno con soluzioni (calcolo dell'M.C.D. con scomposizione in fattori primi)