

# ALGEBRA

## I PRODOTTI NOTEVOLI

# Cosa sono i prodotti notevoli?

I prodotti notevoli sono il risultato di alcune particolari moltiplicazioni e potenze di monomi.

Le regole a cui si perviene si ottengono applicando le conoscenze già acquisite sulle operazioni e permettono **ESCLUSIVAMENTE** di semplificare una procedura di calcolo che può, talvolta, risultare laboriosa.

# Quali prodotti notevoli studieremo?

Noi studieremo due tipi di prodotti notevoli:

il **QUADRATO DI UN BINOMIO**

il **PRODOTTO DELLA SOMMA DI DUE  
MONOMI PER LA LORO DIFFERENZA**

# QUADRATO DI UN BINOMIO

Cosa significa **QUADRATO DI UN BINOMIO**?

Significa elevare al quadrato un polinomio fatto da due monomi, ad esempio:

$$(2a + b)^2$$

Come si esegue?

Vediamo.....

# Quadrato di binomio

$$(2a+b)^2=$$

elevare  $(2a+b)$  alla seconda significa moltiplicare  $(2a+b)$  per se stesso, ossia:

$$(2a+b)^2= (2a+b) \cdot (2a+b)$$

questo è un normale prodotto di polinomi che già sappiamo calcolare:

$$(2a+b) \cdot (2a+b)= 4a^2+2ab+2ab+b^2$$

tra questi monomi ottenuti, ce ne sono due simili che possono essere addizionati tra loro; si ottiene:  $4a^2+4ab+b^2$

$$(2a + b)^2 =$$
$$4a^2 + 4ab + b^2$$

Quadrato del primo termine

$$4a^2$$

2 x (primo termine x secondo termine)  
**DOPPIO PRODOTTO**

$$2 \times (2a \cdot (+b)) =$$
$$2 \times (+2ab) =$$
$$+4ab$$

Quadrato del secondo termine

$$+b^2$$

**Risultato:  $4a^2 + 4ab + b^2$**

# Quindi....

**Dato un binomio elevato al quadrato, il risultato è dato da tre termini:**

**Il quadrato del primo termine**

**il doppio prodotto**

**Il quadrato del secondo termine**

# Vediamo qualche esempio...

$$(3xy^3 - 2y^2)^2 =$$

Quadrato primo termine:  $9x^2y^6$

Doppio prodotto:  $2 \cdot (3xy^3 \cdot (-2y^2)) = -12xy^5$

Quadrato secondo termine:  $+4y^4$

Risultato:  $9x^2y^6 - 12xy^5 + 4y^4$

$$\left(-\frac{5}{2} a^3 b^3 - \frac{4}{3} a^4\right)^2 =$$

Quadrato primo termine:  $+\frac{25}{4} a^6 b^6$

Doppio prodotto:  $2 \cdot \left(-\frac{5}{2} a^3 b^3 \cdot \left(-\frac{4}{3} a^4\right)\right) = +\frac{20}{3} a^7 b^3$

Quadrato secondo termine:  $+\frac{16}{9} a^8$

Risultato:  $+\frac{25}{4} a^6 b^6 + \frac{20}{3} a^7 b^3 + \frac{16}{9} a^8$

Riprovate a fare questi esempi:

$$(-7a^3b + 2a^4)^2 = 49a^6b^2 - 28a^7b + 4a^8$$

$$\left(-\frac{3}{2}xy^4 - 3y^5\right)^2 = +\frac{9}{4}x^2y^8 + 9xy^7 + 9y^{10}$$

$$\left(-\frac{1}{5}x + \frac{8}{3}y^3\right)^2 = +\frac{1}{25}x^2 - \frac{16}{15}xy^3 + \frac{64}{9}y^6$$

$$\left(+\frac{7}{4}xy^3 - \frac{1}{5}x^2\right)^2 = \frac{49}{16}x^2y^6 - \frac{7}{10}x^3y^3 + \frac{1}{25}x^4$$

# SOMMA PER DIFFERENZA

Cosa significa SOMMA PER DIFFERENZA?

Significa eseguire la moltiplicazione tra la somma di due monomi e la loro differenza, ad esempio:

$$(a+b) \cdot (a-b)$$

Somma dei monomi a e b

moltiplicato

Differenza dei monomi a e b

# Somma per differenza

$$(a+b) \cdot (a-b) =$$

Anche questo è un calcolo che sappiamo già fare, infatti è una moltiplicazione tra binomi:

$$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - ab + ab - b^2$$

Tra questi monomi ottenuti, ce ne sono due opposti che possono essere sommati algebricamente e la loro somma corrisponde a 0; dunque rimangono:

$$a^2 - b^2$$

$$(a+b) \cdot (a-b) =$$

$$a^2 - b^2$$

Quadrato del primo  
termine

meno

**Quadrato del secondo  
termine**

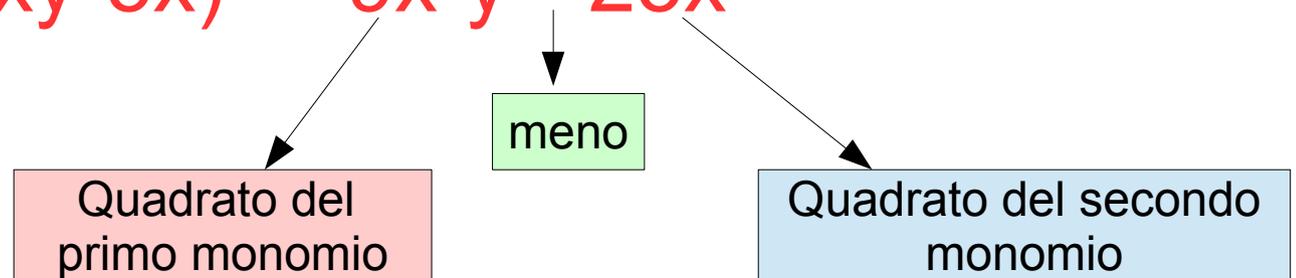
# Regola:

**Quando si moltiplica la somma di due monomi per la loro differenza, il risultato è dato da due termini:**

**il quadrato del primo monomio meno il quadrato del secondo monomio.**

Vediamo un altro esempio:

$$(-3xy+5x) \cdot (-3xy-5x) = 9x^2y^2 - 25x^2$$



# Vediamo altri esempi:

$$\left(-\frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{3}x^2y^2\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{3}x^2y^2\right) = \frac{1}{4}x^8 - \frac{1}{9}x^4y^2$$

$$\left(\frac{3}{5}x^3y + \frac{1}{6}x^2y\right) \cdot \left(\frac{3}{5}x^3y - \frac{1}{6}x^2y\right) = \frac{9}{25}x^6y^2 - \frac{1}{36}x^4y^2$$

$$\left(-\frac{3}{8}x^4 + \frac{2}{3}y^3\right) \cdot \left(-\frac{3}{8}x^4 - \frac{2}{3}y^3\right) = \frac{9}{64}x^8 - \frac{4}{9}y^6$$

$$\left(-\frac{2}{7}y^2 - \frac{2}{3}z\right) \cdot \left(-\frac{2}{7}y^2 + \frac{2}{3}z\right) = \frac{4}{49}y^4 - \frac{4}{9}z^2$$

# Per concludere....

I prodotti notevoli sono specifiche regole che permettono di calcolare in **maniera più rapida** il risultato di particolari calcoli come, ad esempio, il quadrato di un binomio e il prodotto tra la somma e la differenza di due stessi monomi.

Tuttavia, i medesimi risultati si possono ottenere comunque dall'applicazione di regole di calcolo già note.

Ciò che si deve imparare è riuscire ad ottenere il risultato del prodotto notevole tramite la "scorciatoia" che si può applicare e che abbiamo visto in questa lezione.

# Compiti

1) Copiare (o stampare) sul quaderno le slide con le regole sui prodotti notevoli.

2) Studiare con molta attenzione le nuove regole sui prodotti notevoli.

3) Svolgere gli esercizi **SUL QUADERNO**:

pag.87 dal n.356 al n.368;

pag.88 dal n.385 al n.393.