

Proporzioni4

- **Proprietà del comporre e dello scomporre**
- **Proporzioni continue**
- **Applicazioni delle proprietà delle proporzioni**

Ripasso delle precedenti lezioni

Proporzioni1

- una proporzione è l'uguaglianza di due rapporti

1:3=2:6 si legge **uno sta a tre come due sta a sei**

- proprietà fondamentale

$$15:20=12:16$$

$$15 \times 16 = 20 \times 12$$

$$240 = 240$$

Proporzioni2

calcolo del termine incognito

$$x:8=7:14$$

$$x=8 \cdot 7/14$$

$$x=56/14 \quad x=4$$

calcolo del termine incognito con termini frazionari

4/9:8/3=x:5/3 il medio incognito è uguale al prodotto degli estremi moltiplicato per l'inverso del medio noto

$$x = \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{9} \cdot \frac{5}{1} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{18}$$

Proporzioni³

Proprietà dell'invertire



4 : 3 = 12 : 9 invertiamo

3 : 4 = 9 : 12 è ancora una proporzione

Verificata dalla proprietà fondamentale

$$4 \cdot 9 = 3 \cdot 12 \quad 36 = 36$$

Proprietà del permutare



9 : 6 = 12 : 8 permutiamo gli estremi

8 : 6 = 12 : 9 è ancora una proporzione

Verificata dalla proprietà fondamentale

$$8 \cdot 9 = 6 \cdot 12 \quad 72 = 72$$



9 : 6 = 12 : 8 permutiamo i medi

9 : 12 = 6 : 8 è ancora una proporzione

Verificata dalla proprietà fondamentale

$$12 \cdot 6 = 9 \cdot 8 \quad 72 = 72$$

Proprietà del comporre

In ogni proporzione la somma del primo e secondo termine sta al primo o al secondo come la somma del terzo e del quarto termine sta al terzo o al quarto

Consideriamo la proporzione $5 : 2 = 10 : 4$.

Sostituiamo al primo termine la somma del primo e del secondo e al terzo termine la somma del terzo e del quarto.

Quindi scriviamo:

$$(5 + 2) : 5 = (10 + 4) : 10$$

$$\text{ossia } 7 : 5 = 14 : 10$$

$$(5 + 2) : 2 = (10 + 4) : 4$$

$$\text{ossia } 7 : 2 = 14 : 4$$

Proprietà dello scomporre

In ogni proporzione la differenza del primo e secondo termine sta al primo o al secondo come la differenza del terzo e del quarto termine sta al terzo o al quarto

Consideriamo la seguente proporzione, in cui ogni antecedente è maggiore del proprio conseguente:

$$9 : 6 = 18 : 12$$

e sostituiamo al primo termine la differenza tra il primo e il secondo e al terzo termine la differenza tra il terzo e il quarto.

Quindi scriviamo:

$$(9 - 6) : 9 = (18 - 12) : 18$$

$$\text{ossia } 3 : 9 = 6 : 18$$

$$(9 - 6) : 6 = (18 - 12) : 12$$

$$\text{ossia } 3 : 6 = 6 : 12$$

Proporzioni continue

Una proporzione si dice continua se ha i medi uguali

$$2:4=4:8$$

2 è il primo termine

4 è il medio proporzionale

8 è il terzo proporzionale

Risoluzione di una proporzione continua

In ogni proporzione continua il **medio proporzionale incognito** è uguale alla radice quadrata del prodotto degli estremi.

Esempi

a. $25 : x = x : 4$

$$x = \sqrt{25 \cdot 4} = \sqrt{100} = 10$$

b. $\frac{1}{2} : x = x : \frac{9}{8}$

$$x = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{9}{8}} = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$$

APPLICAZIONI DELLE PROPRIETÀ DELLE PROPORZIONI

Trovare due numeri di cui si conoscono la somma e il rapporto

Problema In una fioriera ci sono 21 fiori tra rose e tulipani. Quante

sono le rose se rappresentano $\frac{4}{3}$ dei tulipani? Quanti sono i tulipani?

x=rose

y=tulipani

x+y=21

x:y=4:3

(x+y):x=(4+3):4

21:x=7:4

x=21·4/7=12 rose

21-12=9 tulipani

x=?

y=?

applico la proprietà del comporre

calcolo del termine incognito

Trovare due numeri di cui si conoscono la differenza e il rapporto

Problema La differenza di età tra Valeria e Lorenzo è di 6 anni e l'età di Valeria è $\frac{5}{3}$ di quella di Lorenzo. Quanti anni ha Valeria? E Lorenzo?

x=Valeria

x=?

y=Lorenzo

y=?

x-y=6

x:y=5:3

applico la proprietà dello scomporre

(x-y): x=(5-3):5

6:x=2:5

calcolo del termine incognito

x=6 · 5/2=15 Valeria

15-6=9 Lorenzo

Proporzioni particolari

Da risolvere con la proprietà del comporre

Problema Calcoliamo il valore del termine incognito nella proporzione $(3 - x) : x = 5 : 2$.

Il metodo di risoluzione

A parole

- ↓ Applichiamo la proprietà del comporre.
- ↓ Eliminiamo nella prima parentesi $-x$ e $+x$ perché hanno valori opposti.
- ↓ Scriviamo la proporzione che ne deriva.
- ↓ Ricaviamo il termine incognito.

Nel linguaggio matematico

$$\begin{aligned} & \rightarrow (3 - x + x) : x = (5 + 2) : 2 \\ & \rightarrow (3 - \cancel{x} + \cancel{x}) : x = (5 + 2) : 2 \\ & \rightarrow 3 : x = 7 : 2 \\ & \rightarrow x = \frac{3 \cdot 2}{7} = \frac{6}{7} \end{aligned}$$

Risposta $x = \frac{6}{7}$

Problema Calcoliamo il valore del termine incognito nella proporzione $(2 - x) : 5 = x : 8$.

Il metodo di risoluzione

A parole

- ↓ Applichiamo la proprietà del permutare i medi.
- ↓ Applichiamo la proprietà del comporre ed eliminiamo $-x$ e $+x$.
- ↓ Scriviamo la proporzione che ne deriva.
- ↓ Ricaviamo l'incognita.

Nel linguaggio matematico

$$\begin{aligned} & \rightarrow (2 - x) : x = 5 : 8 \\ & \rightarrow (2 - \cancel{x} + \cancel{x}) : x = (5 + 8) : 8 \\ & \rightarrow 2 : x = 13 : 8 \\ & \rightarrow x = \frac{2 \cdot 8}{13} = \frac{16}{13} \end{aligned}$$

Risposta $x = \frac{16}{13}$

Da risolvere con la proprietà dello scomporre

Problema Calcoliamo il valore del termine incognito nella proporzione $(5 + x) : x = 7 : 3$.

Il metodo di risoluzione

A parole

↓ Applichiamo la proprietà dello scomporre.

↓ Nella prima parentesi eliminiamo $-x$ e $+x$ perché hanno valori opposti.

↓ Scriviamo la proporzione che ne deriva.

↓ Ricaviamo l'incognita.

Nel linguaggio matematico

$$\left. \begin{array}{l} \text{↓ Applichiamo la proprietà dello scomporre.} \\ \text{↓ Nella prima parentesi eliminiamo } -x \text{ e } +x \text{ perché hanno valori opposti.} \end{array} \right\} \rightarrow (5 + x - x) : x = (7 - 3) : 3$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{↓ Scriviamo la proporzione che ne deriva.} \end{array} \right\} \rightarrow (5 - \cancel{x} + \cancel{x}) : x = (7 - 3) : 3$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{↓ Ricaviamo l'incognita.} \end{array} \right\} \rightarrow 5 : x = 4 : 3$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{↓ Ricaviamo l'incognita.} \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{5 \cdot 3}{4} = \frac{15}{4}$$

Risposta $x = \frac{15}{4}$

Compiti

Es 8-9-10-11 pg 101 sul libro proprietà comporre e scomporre

Es 1-2-3-4-5-6 pg 105 sul libro prop. continue

Es 2-4 pg 107 sul libro problemi risolvibili con le proprietà del comporre e dello scomporre

Es 1-2-3-5 pg 111 sul libro proporzioni particolari

Es 206-213 pg 131 sul quaderno proporzioni

Es 249- 259 pg 134 sul quaderno proporzioni continue

Es 316-319 pg 138 sul quaderno problemi risolvibili applicando la proprietà del comporre e scomporre

Es 364-365 pg 141 sul quaderno proporzioni risolvibili applicando la proprietà del comporre e dello scomporre