

MATEMATICA



- Calcolo di M.C.D. e m.c.m.
 - Compiti da svolgere

IL MASSIMO COMUN DIVISORE (MCD)

Il **Massimo Comun Divisore (M.C.D.)** tra due o più numeri, entrambi diversi da 0, è il maggiore tra i divisori comuni.

I DUE METODI PER IL CALCOLO DEL MCD (METODO PER ELENCAZIONE DI TUTTI I DIVISORI E METODO DELLA FATTORIZZAZIONE):

Per calcolare il M.C.D. tra due numeri possiamo trovare tutti i divisori dei due numeri, individuare quelli comuni e prendere il più grande tra questi ultimi, oppure possiamo usare il metodo della fattorizzazione.

METODO PER ELENCAZIONE DEI DIVISORI

Esempio 1 Trova tutti i divisori comuni dei numeri 24 e 36.
Indica poi il divisore comune più grande.

I divisori del numero 24 sono 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 e 24.

I divisori del numero 36 sono 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 e 36.

I numeri 24 e 36 hanno 5 divisori in comune: 1, 2, 3, 4, 6 e 12.

Il più grande divisore comune è il 12. Questo è

il **massimo comune divisore (M.C.D.)** tra i numeri 24 e 36.

METODO DELLA FATTORIZZAZIONE

Per trovare il M.C.D. con la scomposizione in fattori

- si scompongono i numeri in fattori primi
- si moltiplicano tutti i fattori in comune, prendendoli con l'esponente minore.

Esempio 2 Trova il M.C.D. tra i numeri 72 e 90 con la scomposizione in fattori.

Scomponiamo i numeri in fattori primi:

$$72 = 8 \cdot 9 = \textcircled{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \textcircled{3} \cdot \textcircled{3} = 2^3 \cdot 3^2$$

$$90 = 9 \cdot 10 = \textcircled{2} \cdot \textcircled{3} \cdot \textcircled{3} \cdot 5 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

In entrambi i numeri compare il prodotto $2 \cdot 3 \cdot 3$. Pertanto entrambi i numeri possono essere divisi per $2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$.

Risposta: M.C.D. $(72, 90) = 18$.

METODO DELLA FATTORIZZAZIONE - ESEMPIO 3

Calcoliamo il M.C.D.(630, 588) con il metodo della fattorizzazione.

Iniziamo fattorizzando i due numeri:

$$630 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$$

$$588 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7^2$$

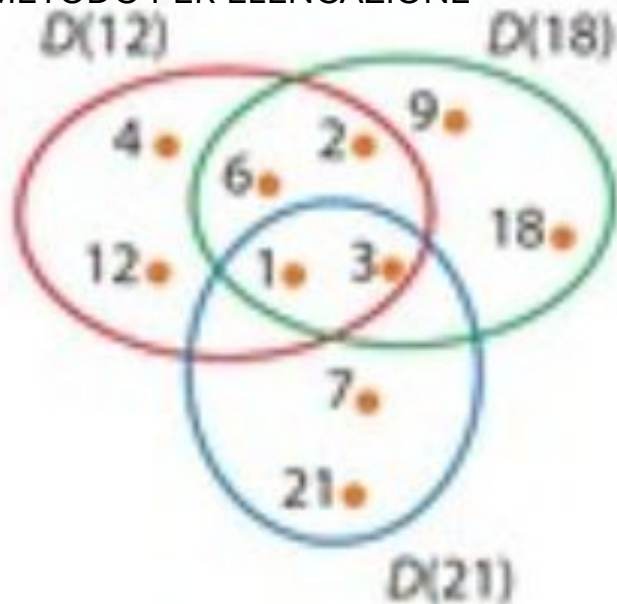
Il M.C.D. si ottiene moltiplicando i fattori comuni, presi con l'esponente più piccolo:

$$\text{M.C.D.}(630, 588) = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$$

ALTRO ESEMPIO DI CALCOLO DI MCD TRA PIU' DI DUE NUMERI CON I DUE METODI VISTI:

Calcoliamo il MCD tra i numeri 12, 18 e 21.

METODO PER ELENCAZIONE



$$\text{M.C.D.}(12, 18, 21) = 3$$

METODO DELLA FATTORIZZAZIONE

Scomponiamo i numeri 12, 18 e 21.

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

$$18 = 2 \cdot 3^2$$

$$21 = 3 \cdot 7$$

Prendiamo i fattori comuni, una sola volta, con l'esponente minore con cui compaiono.

Abbiamo:

$$\text{M.C.D.}(12, 18, 21) = 3$$

N.B.

Due numeri si dicono **primi fra loro** (o **coprimi**) se il loro Massimo Comun Divisore è 1.

ESEMPIO 1

Consideriamo invece i numeri 15 e 28 e scriviamo le loro fattorizzazioni.

$$15 = 3 \cdot 5$$

$$28 = 2^2 \cdot 7$$

I due numeri non hanno fattori primi in comune. Questo vuol dire che l'unico divisore comune è l'1. Possiamo allora scrivere $M.C.D.(15, 28) = 1$.

ESEMPIO 2

$$M.C.D. (18, 25) = 1 \quad 18 = 2 \times 3 \times 3 \quad 25 = 5 \times 5$$

I numeri 18 e 25 sono primi tra loro, però osserva che non sono necessariamente numeri primi.

IL MINIMO COMUNE MULTIPLIO (mcm)

Il **minimo comune multiplo** (m.c.m.) tra due o più numeri, entrambi diversi da 0, è il minore dei multipli comuni a essi, escluso lo 0.

ANCHE PER CALCOLARE IL mcm SI POSSONO CONSIDERARE DUE METODI:

- PER ELENCAZIONE DEI MULTIPLI
- DELLA FATTORIZZAZIONE

METODO PER ELENCAZIONE DEI MULTIPLI

I multipli di 4 sono: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, ...

I multipli di 6 sono: 6, 12, 18, 24, 30, 36, ...

□ Il primo multiplo comune è il 12.

METODO DELLA FATTORIZZAZIONE - ESEMPIO 1 -

Per trovare il m.c.m. con la scomposizione in fattori

- si scompongono i numeri in fattori primi
- si raccolgono tutti i fattori comuni e non comuni, prendendoli con l'esponente maggiore.

Trova il m.c.m. tra i numeri 20 e 24.

Scomponiamo prima i numeri in fattori primi:

$$20 = 2 \cdot 2 \cdot \textcircled{5} = 2^2 \cdot 5$$

$$24 = \textcircled{2} \cdot \textcircled{2} \cdot \textcircled{2} \cdot \textcircled{3} = 2^3 \cdot 3$$

I fattori che compaiono nella scomposizione dei due numeri sono 2, 3 e 5. Raccogliamo tutti i fattori primi comuni e non comuni, prendendoli con l'esponente maggiore.

$$\text{m.c.m. } (20, 24) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 120$$

METODO DELLA FATTORIZZAZIONE - ESEMPIO 2 -

CALCOLARE IL m.c.m. TRA 40 E 48 CON IL METODO DELLA SCOMPOSIZIONE IN FATTORI PRIMI:

Iniziamo fattorizzando i due numeri:

$$40 = 2^3 \cdot 5$$

$$48 = 2^4 \cdot 3$$

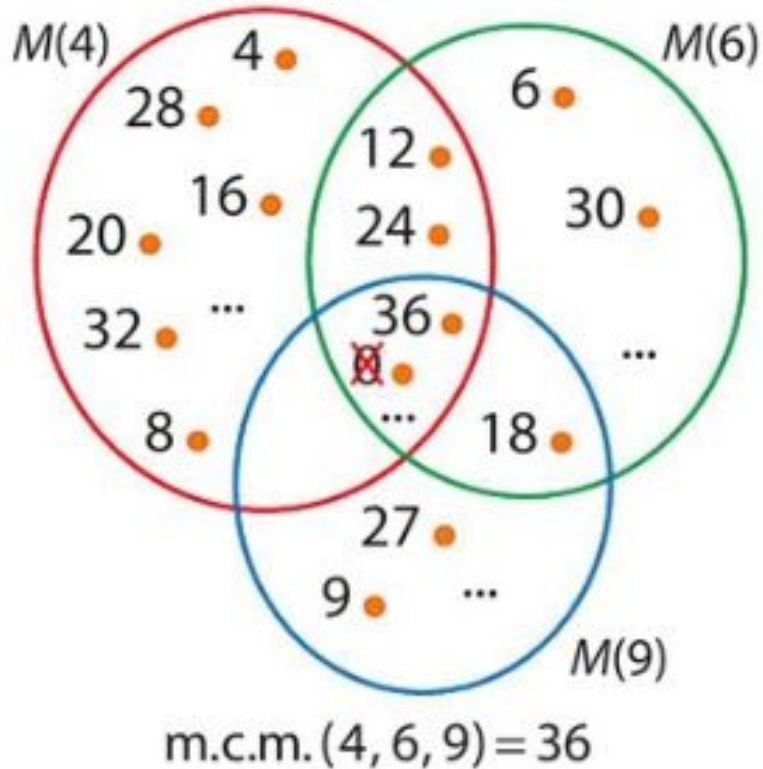
Il m.c.m. si ottiene moltiplicando tutti i fattori delle due scomposizioni, con l'esponente più grande:

$$\text{m.c.m.}(40, 48) = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 = 240$$

ALTRO ESEMPIO DI CALCOLO DI mcm TRA PIU' DI DUE NUMERI CON I DUE METODI VISTI:

Calcoliamo il mcm tra i numeri 4, 6 e 9.

PER ELENCAZIONE



MEDIANTE FATTORIZZAZIONE

Scomponiamo i numeri 4, 6 e 9.

$$4 = 2^2$$

$$6 = 2 \cdot 3$$

$$9 = 3^2$$

Prendiamo i fattori comuni e non comuni, una sola volta, con l'esponente maggiore con cui compaiono.

Abbiamo:

$$m.c.m.(4, 6, 9) = 2^2 \cdot 3^2 = 36$$

COMPITI DA SVOLGERE

STUDIARE LA TEORIA DELLE DIAPOSITIVE E SVOLGERE I
SEGUENTI ESERCIZI DEL LIBRO DI ARITMETICA:

DA PAG 309 N° 160, 164, 171, 203, 207, 221