

LE EQUAZIONI

-LE IDENTITA'
-LE EQUAZIONI

CONSIDERIAMO:

$$2x + x = 4x - x$$

questa è un'uguaglianza, poiché ha le due espressioni algebriche che l'uguale.

Vi chiedo: risolviamo le due espressioni?

$$3x = 3x$$

Quale valore di x possiamo scegliere

affinché l'uguaglianza RIMANGA

VERA ossia affinché $3x$ sia uguale a $3x$?

È una domanda banale: $3x$ è uguale a $3x$ per ogni valore di x , infatti:

se, ad esempio, $x = 5$ e sostituiamo alla x il valore 5 otteniamo:

$$3 \cdot 5 = 3 \cdot 5$$

$15 = 15$ quindi l'uguaglianza è vera

L'IDENTITÀ È

Un'uguaglianza tra due espressioni algebriche (di cui almeno una letterale) che è verificata per un **qualsiasi valore** attribuito alla lettera che compare nell'identità stessa.

ESEMPI DI IDENTITÀ

$$3(a-1) = 5a - 2(a+1) - 1$$

Voglio stabilire se si tratta di un'identità:
svolgo i calcoli a sm e a ds dell'uguale:

$$3a - 3 = 5a - 2a - 2 - 1$$

$$3a - 3 = 3a - 3$$

ho ottenuto un'uguaglianza VERA per qualsiasi
valore attribuibile alla a

$$3(a-1) = 5(a-2) + 1$$

$$3a - 3 = 5a - 10 + 1$$

$$3a - 3 = 5a - 9$$

vedo che questa non è un'uguaglianza
sempre verificata;

è verificata solo se $a = 3$

Vediamo:

$$3(3-1) = 5(3-2) + 1$$

$$3 \cdot 2 = 5 \cdot 1 + 1$$

$$6 = 5 + 1 \longrightarrow 6 = 6 \text{ vero.}$$

UN'EQUAZIONE E'

Un'uguaglianza fra due espressioni, di cui almeno una letterale, che è vera solamente per particolari valori numerici attribuiti alla lettera che compare nell'equazione stessa.

Elementi di un'equazione

Consideriamo:

$$3x-2 = 10$$

Primo membro

Secondo membro

Ciò che è a sinistra dell'uguale forma il **PRIMO MEMBRO**;

Ciò che è a destra dell'uguale forma il **SECONDO MEMBRO**

I termini che contengono la x (o la lettera, più in generale) si chiamano **TERMINI INCOGNITI**

I termini che non contengono la lettera si chiamano **TERMINI NOTI**

La lettera della quale si deve determinare il valore si dice **INCOGNITA**

Il valore calcolato che si può attribuisce alla lettera è la **SOLUZIONE** o **RADICE**

Esistono tanti tipi di equazioni.
Quest'anno noi ci occuperemo di
EQUAZIONI DI PRIMO GRADO

(perchè l'esponente della x sarà sempre 1)

AD UN'INCOGNITA

(avremo sempre e solo una singola lettera nelle
nostre equazioni)

Equazioni equivalenti

Due o più equazioni si dicono **EQUIVALENTI** se hanno la stessa soluzione.

Esempi:

Ad esempio:

$$-5 + 2x = x + 1 \quad \text{ha soluzione } x=6$$

infatti

$$-5 + 2(6) = 6 + 1$$

$$-5 + 12 = 7$$

$7=7$ è un'uguaglianza vera.

$$5(x-4) = 4+x$$

$$5x - 20 = 4+x \quad \text{ha soluzione } x=6$$

infatti

$$5(6-4) = 4 + 6$$

$$5 \cdot (2) = 10$$

$10 = 10$ è un'uguaglianza vera.

PROCEDIMENTO RISOLUTIVO DI UN'EQUAZIONE

Data un'equazione, a volte è possibile stabilire la sua soluzione in maniera semplice e veloce, a volte è necessario applicare un procedimento risolutivo un po' più lungo.
Vediamo....

Data l'equazione:

$$-x + 2 = 1$$

Qual è la sua soluzione?

Basta pensare un attimo.....la sua soluzione è $x=1$

Infatti, sostituendo al posto della x il valore 1 si ha:

$$-1 + 2 = 1$$

$1 = 1$ è un'uguaglianza vera.

Ma se ad esempio abbiamo:

$$4x - (15 - 2x) + 2x = 5 + 4x$$

È più difficile riuscire a stabilire velocemente il valore di x .

Vediamo allora come si deve procedere:

PROCEDIMENTO

$$4x - (15 - 2x) + 2x = 5 + 4x$$

1) Si svolgono eventuali calcoli al primo ed al secondo membro

→ $4x - 15 + 2x + 2x = 5 + 4x$

$$8x - 15 = 5 + 4x$$

2) Si portano al primo membro TUTTI i termini con la x (termini incogniti) e si portano al secondo membro tutti i termini noti (cioè senza la x).

→ $8x - 4x = 15 + 5$

Se, nel fare questo spostamento, qualche termine passa da destra a sinistra, cambia di segno

3) Si eseguono eventuali ulteriori calcoli nei due membri: si ottiene così la **FORMA NORMALE DI UN'EQUAZIONE** (un solo elemento a sn e un solo elemento a ds).

→ $4x = 20$

$$\frac{4x}{4} = \frac{20}{4}$$

4) Arrivati a questo punto si intuisce già il valore di x, ma bisogna procedere in modo rigoroso: si dividono entrambi i membri per il coefficiente di x:

Semplificando:

5) si ottiene il valore di x

→ $x = 5$

Questo è un procedimento rigoroso che permette, dunque, attraverso calcoli algebrici, di riuscire a trovare la **SOLUZIONE** dell'equazione, cioè di riuscire a trovare **IL VALORE DI x CHE SODDISFA L'EQUAZIONE.**

Vediamo un altro esempio:

1) Si svolgono eventuali calcoli al primo ed al secondo membro

2) Si portano al primo membro TUTTI i termini con la x (termini incogniti) e si portano al secondo membro tutti i termini noti (cioè senza la x).

Se, nel fare questo spostamento, qualche termine passa da destra a sinistra, cambia di segno

3) Si eseguono eventuali ulteriori calcoli nei due membri: si ottiene così la **FORMA NORMALE DI UN'EQUAZIONE** (un solo elemento a sn e un solo elemento a ds).

4) Arrivati a questo punto si intuisce già il valore di x, ma bisogna procedere in modo rigoroso: si dividono entrambi i membri per il coefficiente di x:

5) si ottiene il valore di x

$$12 + 18x = 12 - 9$$

$$\rightarrow 12 + 18x = 3$$

$$\rightarrow 18x = -12 + 3$$

$$\rightarrow 18x = -9 \text{ forma normale}$$

$$\rightarrow \frac{18x}{18} = \frac{-9}{18}$$

$$x = -1/2$$

Semplificando:

Compiti

Questo argomento è fondamentale, soprattutto in vista della scuola superiore.

- 1) Rivedere più volte con attenzione la videolezione.
- 2) Ricopiare sul quaderno il contenuto di tutte le slide e provare a rifare, sempre sul quaderno, le equazioni già svolte in queste slide.
- 3) Esercizi di algebra:
Pag.92 dal n. 440 al n.446;
Pag.93 dal n.457 al n.460 (del 460 solo la prima);
Pag.94 dal n.476 al n.480;
Pag.99 n.582, 588, 592, 593 (eseguire solo l'equazione, non la verifica).