

videolezione

n. 8

# GEOMETRIA ANALITICA

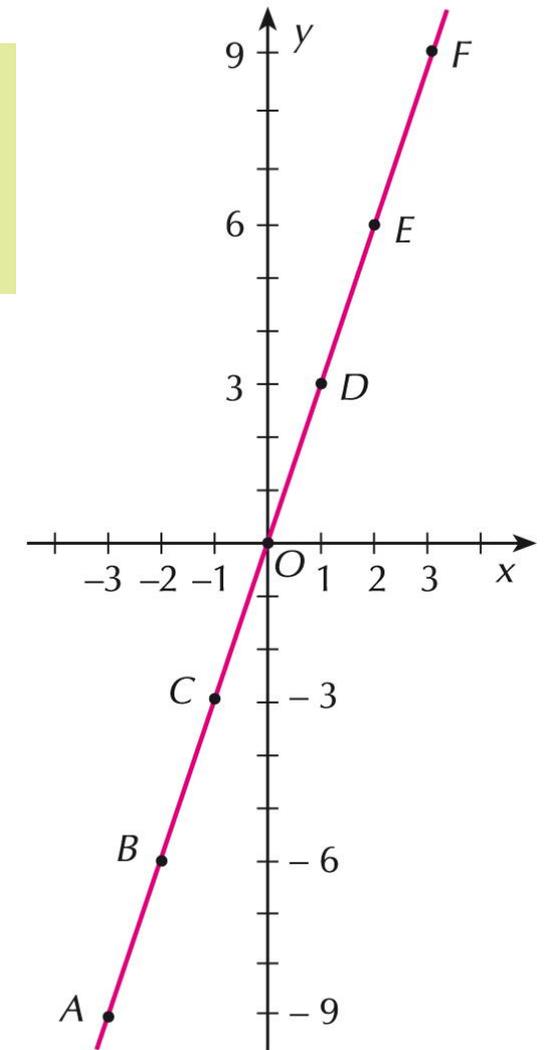
# Geometria analitica

La geometria analitica è la parte della matematica che affronta lo studio delle figure geometriche nel piano cartesiano attraverso strumenti algebrici

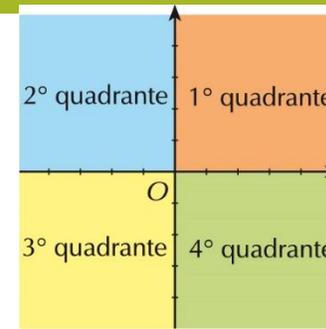
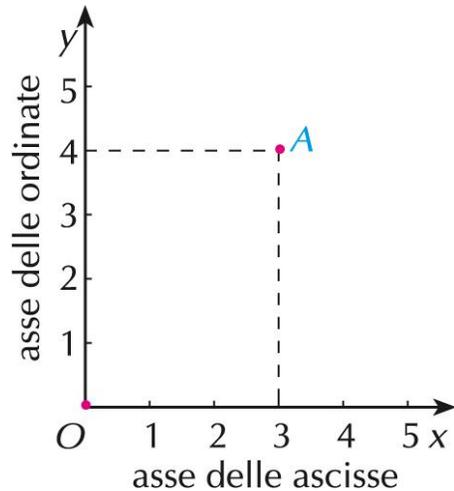
- Es. **funzioni** di proporzionalità diretta  $y = 3x$

si può rappresentare nel piano cartesiano costruendo la tabella dei valori e riportando le coordinate dei punti nel piano

→ otteniamo una **RETTA PASSANTE PER L'ORIGINE**



# IL PIANO CARTESIANO



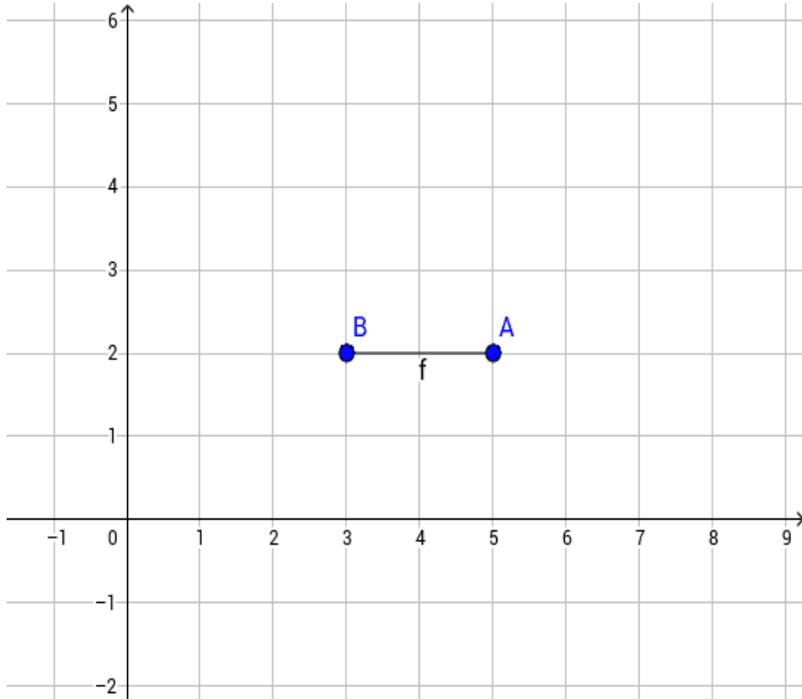
- Un sistema di riferimento cartesiano si compone di due semirette orientate, tra loro perpendicolari, dette **assi cartesiani**.
- L'**asse delle ascisse** (o delle  $x$ ), è quello orizzontale.
- L'**asse delle ordinate** (o delle  $y$ ), è quello verticale
- Il punto di intersezione degli assi è detto **origine**.

Ogni punto del piano cartesiano può essere identificato univocamente attraverso una coppia ordinata di numeri che sono le sue **COORDINATE CARTESIANE**

A (3; 4)

# DISTANZA TRA DUE PUNTI

1) I due punti hanno la stessa ordinata



Rappresentiamo sul piano cartesiano i punti:

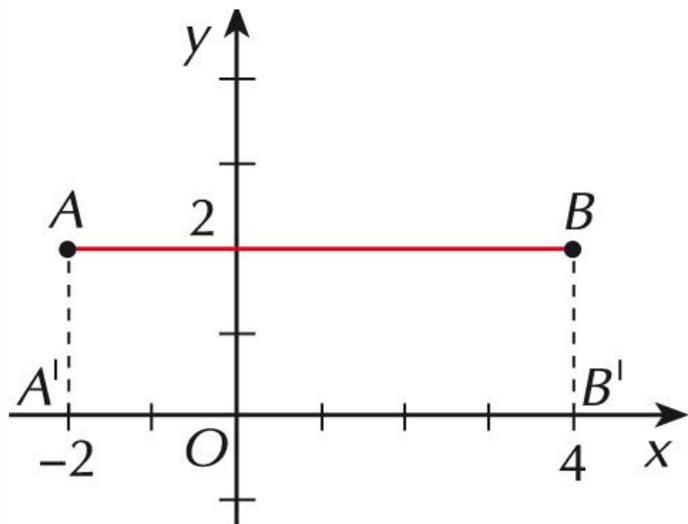
A (5 ; 2)

B (3 ; 2)

La distanza tra i due punti è uguale al segmento AB.

E' facile vedere dal grafico che  $AB=2$

Lo otteniamo **sottraendo dall'ascissa di A l'ascissa di B**



Esempio più generale:

A (-2; 2)

B ( 4; 2)

$$\overline{AB} = |-2 - 4| = |-6| = 6 \text{ (prima ascissa meno la seconda)}$$

$$= |4 - (-2)| = |4 + 2| = 6 \text{ (seconda ascissa meno la prima)}$$

*stesso risultato!*

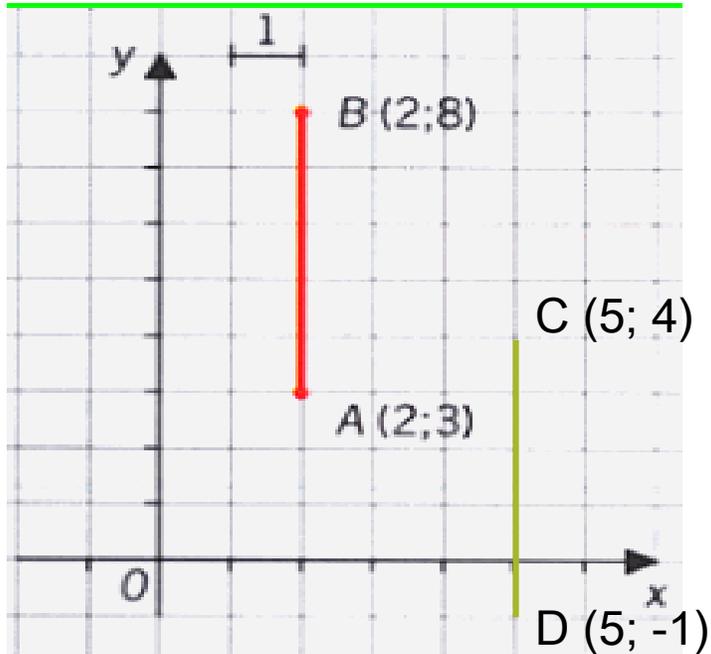
AB, anche in questo caso, si ottiene sottraendo le ascisse dei due punti ma siccome è una distanza deve essere sempre positiva: allora introduciamo il valore assoluto (= *numero senza il segno*)

**LA DISTANZA TRA DUE PUNTI CHE HANNO LA STESSA ORDINATA E' UGUALE AL VALORE ASSOLUTO DELLA DIFFERENZA TRA LE ASCISSE**

$$\overline{AB} = |x_1 - x_2|$$

# DISTANZA TRA DUE PUNTI

2) I due punti hanno la stessa ascissa:



La distanza tra il punto A e il punto B è uguale al segmento AB.

Lo otteniamo sottraendo dall'ordinata di B l'ordinata di A

Anche la distanza tra il punto C e il punto D è uguale al segmento CD.

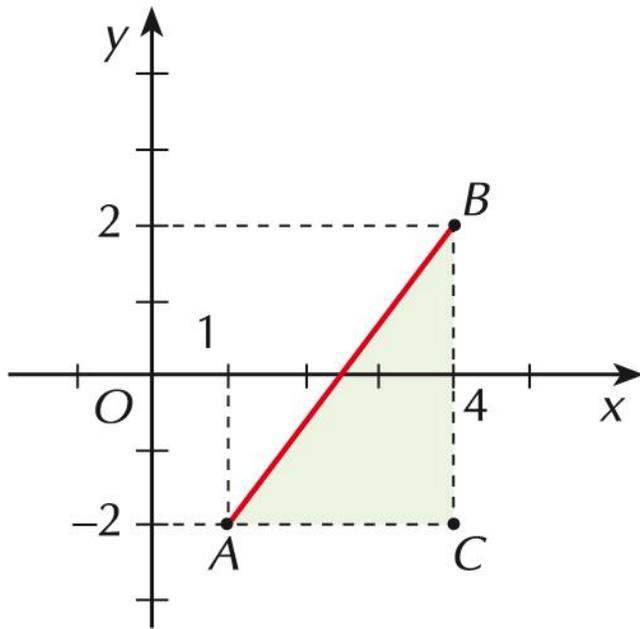
Lo otteniamo sottraendo dall'ordinata di C l'ordinata di D

LA DISTANZA TRA DUE PUNTI CHE HANNO LA STESSA ASCISSA A  $(x_1; y_1)$  e B  $(x_2; y_2)$  E' UGUALE AL VALORE ASSOLUTO DELLA DIFFERENZA TRA LE ORDINATE

$$\overline{AB} = |y_1 - y_2|$$

# DISTANZA TRA DUE PUNTI

3) I due punti hanno ascisse ed ordinate diverse



Per ottenere la lunghezza del segmento AB possiamo applicare il Teorema di Pitagora al triangolo ABC.

$$\overline{AB} = \sqrt{AC^2 + BC^2}$$

$$\overline{AC} = |x_1 - x_2|$$

$$\overline{BC} = |y_1 - y_2|$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

non serve più il valore assoluto perché un numero elevato al quadrato è sempre positivo

LA DISTANZA TRA DUE PUNTI NEL PIANO CARTESIANO E' UGUALE ALLA RADICE QUADRATA DELLA DIFFERENZA TRA LE ASCISSE DEI DUE PUNTI AL QUADRATO PIU' LA DIFFERENZA TRA LE ORDINATE DEI DUE PUNTI AL QUADRATO

# RIASSUMENDO:

Dati due punti A ( $x_1; y_1$ ) e B ( $x_2; y_2$ ) per trovare la distanza tra due punti:

1. Se hanno la stessa ascissa:  $\overline{AB} = |y_1 - y_2|$

2. Se hanno la stessa ordinata:  $\overline{AB} = |x_1 - x_2|$

3. In generale:  $\overline{AB} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

# Esempio:

$$A (2; 4)$$

$$B (2; 6)$$

$$\overline{AB} = |y_1 - y_2|$$

$$\overline{AB} = |6 - 4| = 2 \text{ u}$$

$$\overline{AB} = |4 - 6| = |-2| = 2 \text{ u}$$

Stiamo calcolando una  
misura: è necessario  
indicare l'unità di misura  
*u oppure cm*

$$A (-4; 8)$$

$$B (-9; 8)$$

$$\overline{AB} = |x_1 - x_2|$$

$$\overline{AB} = |-4 - (-9)| = |-4 + 9| = 5 \text{ u}$$

$$\overline{AB} = |-9 - (-4)| = |-9 + 4| = |-5| = 5 \text{ u}$$

$$A (-7; 3)$$

$$B (5; -2)$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(-7 - 5)^2 + (3 - (-2))^2} = \sqrt{(-12)^2 + (3 + 2)^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13 \text{ u}$$

# Esempi:

$$A \left( \frac{1}{3}; \frac{2}{3} \right) \quad u = 1 \text{ cm}$$

$$B \left( -\frac{1}{2}; \frac{2}{3} \right)$$

$$\overline{AB} = |x_1 - x_2|$$

$$\overline{AB} = \left| \frac{1}{3} - \left( -\frac{1}{2} \right) \right| = \left| \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right| = \left| \frac{2+3}{6} \right| = \frac{5}{6} \text{ cm}$$

$$A \left( \frac{1}{4}; 0 \right) \quad u = 1 \text{ cm}$$

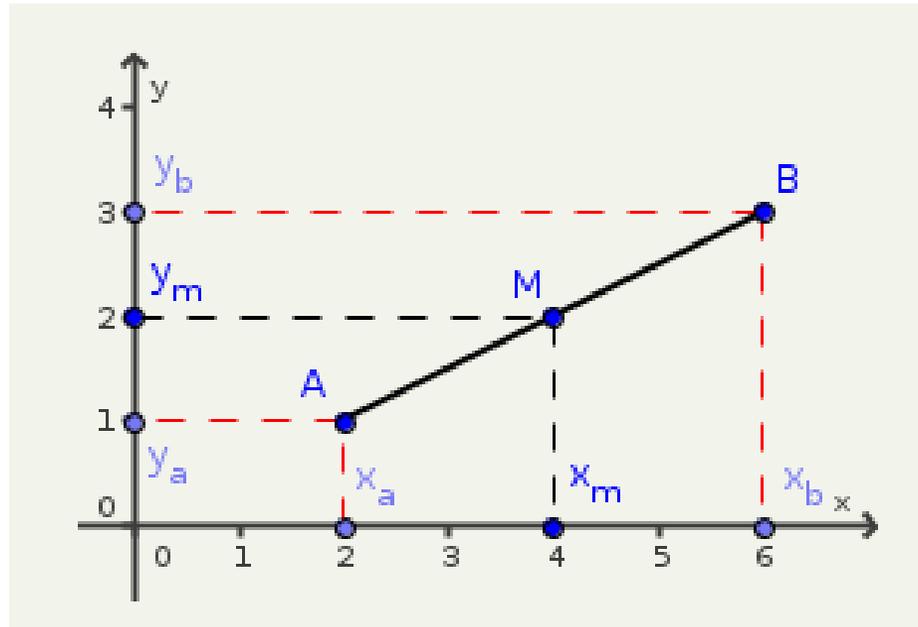
$$B \left( 0; \frac{1}{2} \right)$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{\left( \frac{1}{4} - 0 \right)^2 + \left( 0 - \frac{1}{2} \right)^2} = \sqrt{\frac{1}{16} + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{1+4}{16}}$$

$$= \sqrt{\frac{5}{16}} = \frac{1}{4} \sqrt{5} \text{ cm}$$

# COORDINATE DEL PUNTO MEDIO DI UN SEGMENTO



A ( 2 ; 1)    B ( 6 ; 3)

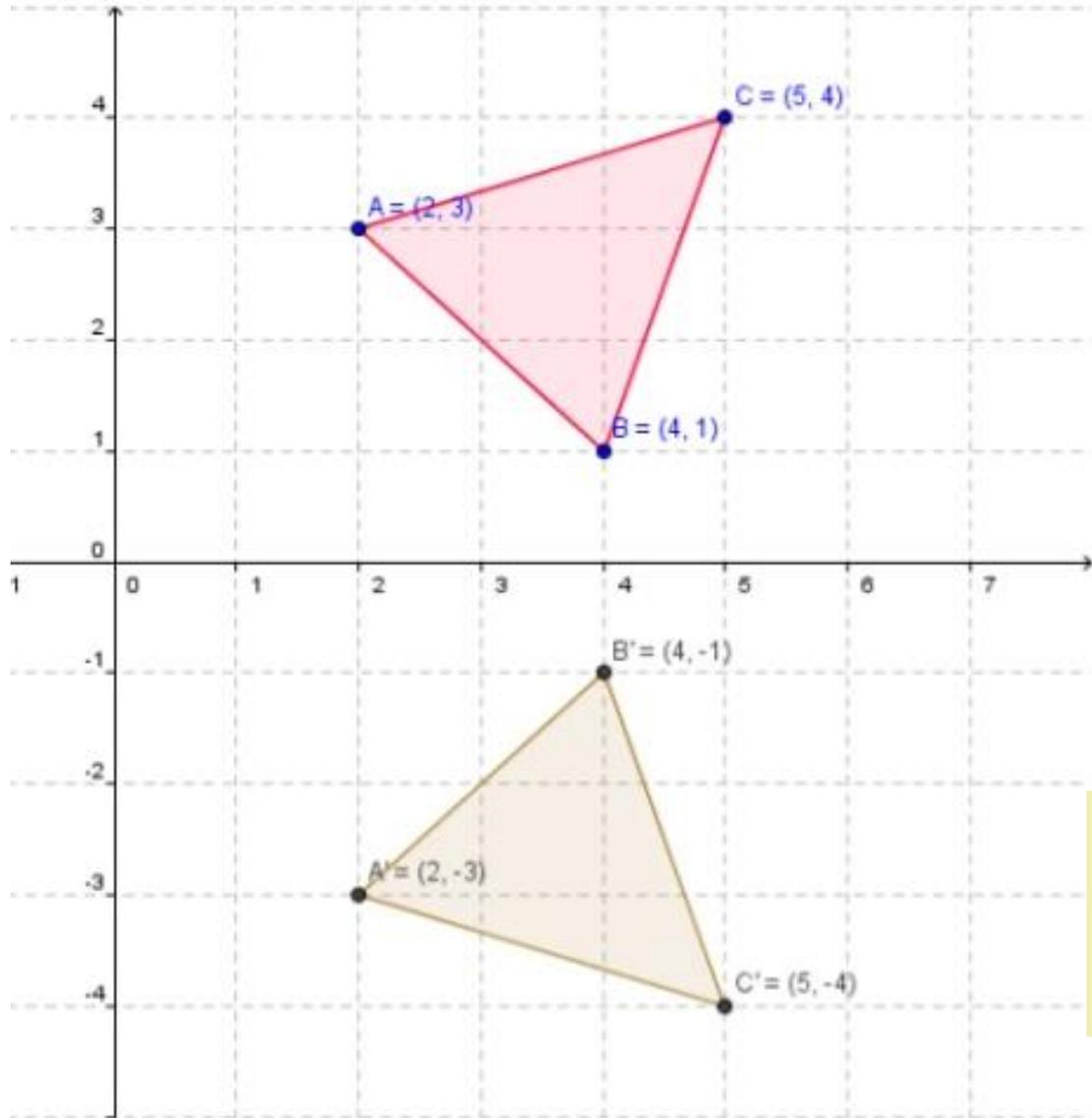
Coordinate di M: punto medio delle proiezioni degli estremi del segmento sugli assi cartesiani (=coordinate degli estremi)

M ( 4 ; 2)

Le coordinate di M corrispondono alla semisomma delle coordinate di A e B:

$$M \left( \frac{x_A + x_B}{2} ; \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

# Costruire la figura simmetrica rispetto all'asse x



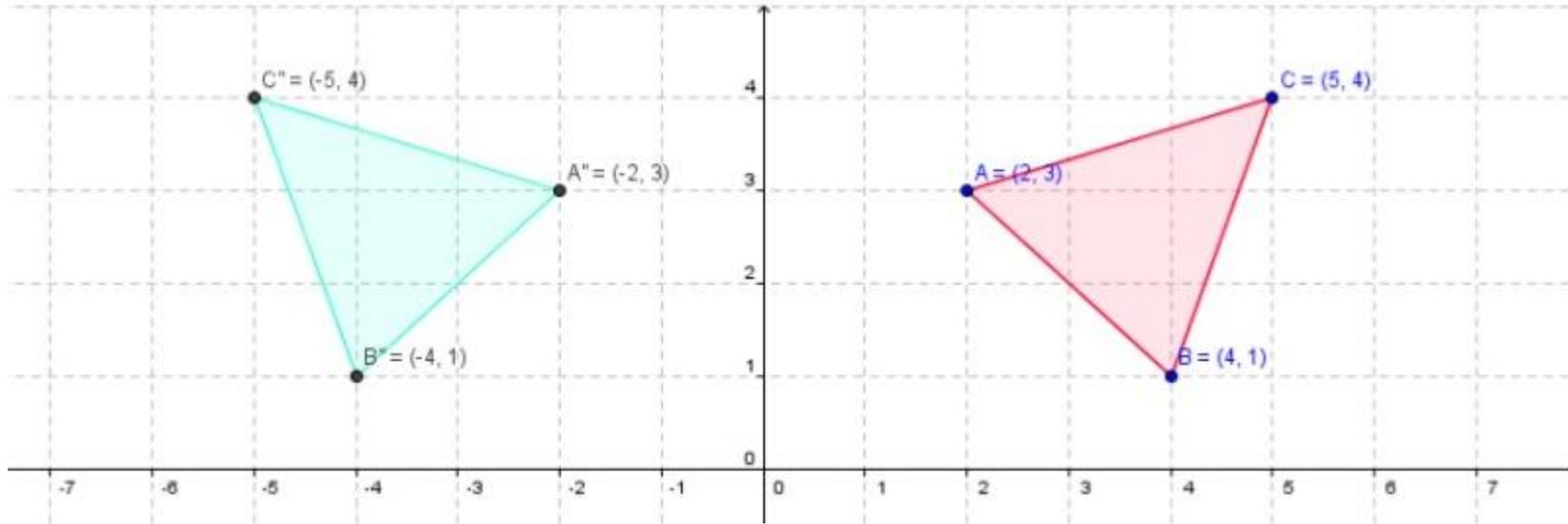
A' avrà la stessa ascissa di A e ordinata opposta

B' avrà la stessa ascissa di B e ordinata opposta

C' avrà la stessa ascissa di C e ordinata opposta

Nella simmetria rispetto **all'asse x** l'ascissa dei punti simmetrici rimane la stessa mentre **l'ordinata viene cambiata di segno**

# Costruire la figura simmetrica rispetto all'asse y



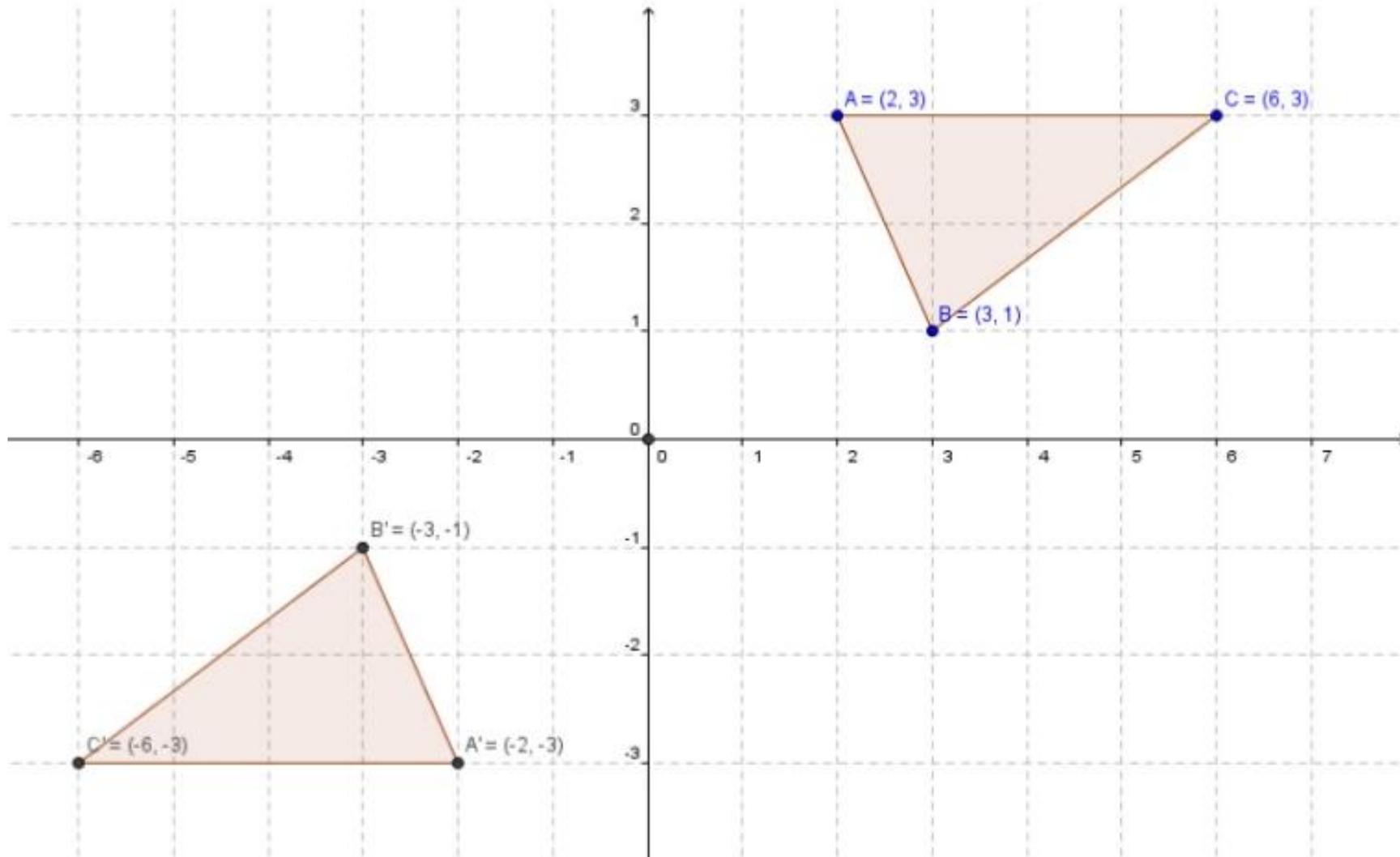
A' avrà la stessa ordinata di A e ascissa opposta

B' avrà la stessa ordinata di B e ascissa opposta

C' avrà la stessa ordinata di C e ascissa opposta

Nella simmetria rispetto all'asse y l'ordinata dei punti simmetrici rimane la stessa mentre l'ascissa viene cambiata di segno

# Costruire la figura simmetrica rispetto all'origine



Nella simmetria rispetto all'origine entrambe le coordinate dei punti simmetrici cambiano di segno

# Esercizi:

- Punto medio di un segmento: pag 160 n 14 (solo primi 3) , 16
- Distanza tra due punti: pag 161 n 20, 24
- Problemi: pag 161 n 27, 28

**116.** In un sistema di riferimento cartesiano con  $u=1$  cm rappresenta la figura che ha come vertici  $A(-4; -1)$   $B(8; -1)$   $C(8; 4)$  e  $D(-4; 4)$ . Di quale figura si tratta? Descrivine le caratteristiche e calcolane il perimetro e l'area. Disegna il segmento  $DB$ . Che cosa rappresenta tale segmento? Calcolane la misura.

**119.** Unisci nell'ordine in un piano cartesiano ( $u=1$  cm) i punti  $A(2; 6)$   $B(2; 2)$   $C(11; 2)$   $D(8; 6)$ . Stabilisci il tipo di poligono ottenuto e calcola il perimetro e l'area. Determina, inoltre, le coordinate del simmetrico del poligono  $ABCD$  rispetto all'asse  $y$ .