MATEMATICA

- CLASSIFICAZIONE DEI POLIGONI E DEI TRIANGOLI (GEOMETRIA)
- PROBLEMI RISOLVIBILI CON IL MCD ED IL mcm (ARITMETICA)
- COMPITI DA SVOLGERE

CLASSIFICAZIONE DEI POLIGONI

N.B. Abbiamo già visto in una precedente videolezione la classificazione per elementi congruenti (equilateri, equiangoli e regolari).

▶ Classificazione per numero di lati

Il nome di un poligono dipende dal numero di lati da cui è formato.
Un triangolo ha tre lati, un quadrilatero quattro, un pentagono cinque e così via. In generale un poligono con 13, 14, 15 o più lati è genericamente indicato come poligono di n lati dove n indica il numero di lati.

Numero lati	Nome poligono	Diagonali	Somma angoli interni
3	triangolo	0	180°
4	quadrilatero	2	360°
5	pentagono	5	540°
6	esagono	9	720°
8	ottagono	20	1080°
10	decagono	35	1440°
12	dodecagono	54	1800°
n	poligono di n lati	$d = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$	$180° \cdot (n-2)$

▶ La congruenza tra poligoni

Così come due segmenti sono congruenti se sono perfettamente sovrapponibili (e quindi se hanno la stessa lunghezza), anche due poligoni sono congruenti se sono sovrapponibili. Per verificare la congruenza tra due poligoni basta confrontare la misura dei lati e quella degli angoli.

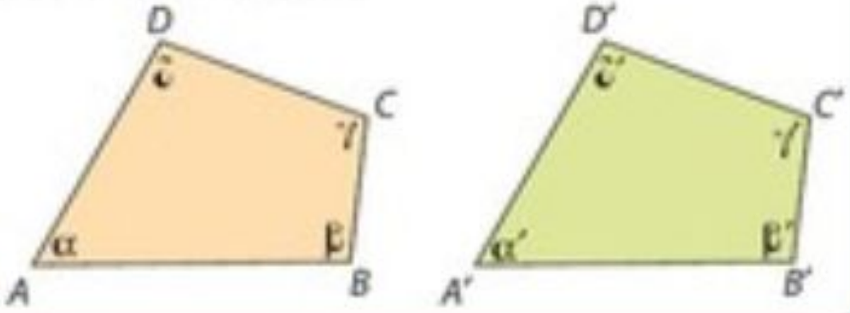
Due poligoni sono **congruenti** quando hanno tutti i lati e gli angoli congruenti.

Esempio

Controlliamo se i poligoni *ABCD* e *A′B′C′D′* in figura sono congruenti.
Misurando i lati e gli angoli otteniamo:

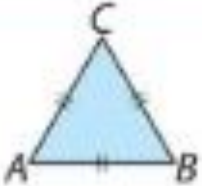
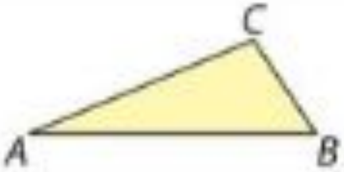
$AB \equiv A'B'$ $\quad \alpha \equiv \alpha'$
$BC \equiv B'C'$ $\quad \beta \equiv \beta'$
$CD \equiv C'D'$ $\quad \gamma \equiv \gamma'$
$AD \equiv A'D'$ $\quad \delta \equiv \delta'$

Possiamo perciò dire che $ABCD \equiv A'B'C'D'$.

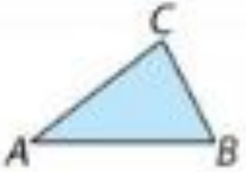
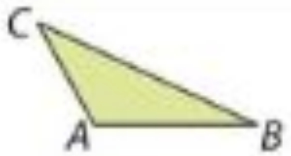
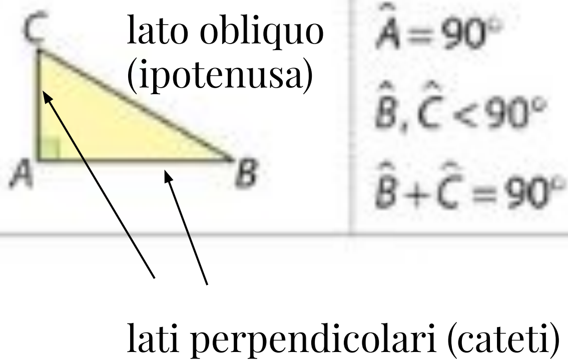


▶ La classificazione dei triangoli

I triangoli possono essere classificati sia rispetto ai lati sia rispetto agli angoli.
Per quanto riguarda i lati abbiamo i tre casi seguenti.

Un triangolo può avere	Si chiama	Figura	In simboli
tre lati congruenti	triangolo equilatero		$AB \equiv BC \equiv AC$
almeno due lati congruenti	triangolo isoscele		$BC \equiv AC$
nessun lato congruente	triangolo scaleno		$AB \not\equiv BC$ $BC \not\equiv AC$ $AB \not\equiv AC$

Per quanto riguarda gli angoli abbiamo i tre casi seguenti.

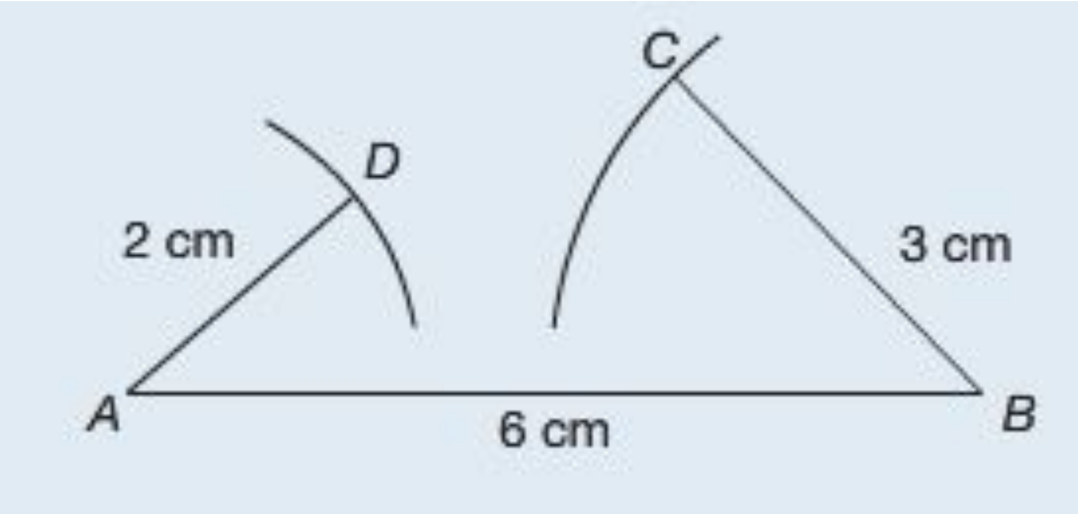
Un triangolo può avere	Si chiama	Figura	In simboli
tre angoli acuti	triangolo acutangolo		$\hat{A}, \hat{B}, \hat{C} < 90°$
un angolo ottuso e due acuti	triangolo ottusangolo		$\hat{A} > 90°$ $\hat{B}, \hat{C} < 90°$
un angolo retto e due acuti	triangolo rettangolo		$\hat{A} = 90°$ $\hat{B}, \hat{C} < 90°$ $\hat{B} + \hat{C} = 90°$

PROPRIETÀ DEI LATI DI UN TRIANGOLO

In ogni triangolo, ciascun lato

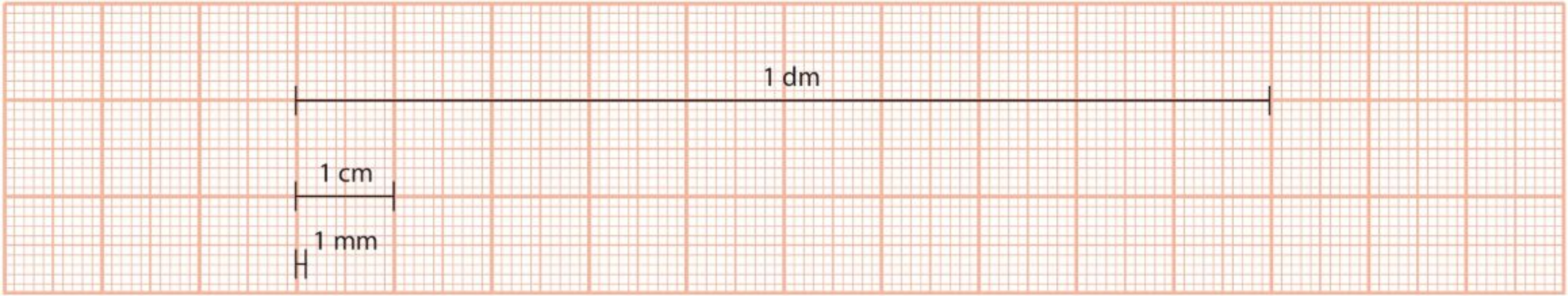
- è minore della somma tra gli altri due;
- è maggiore della differenza tra gli altri due.

Ad esempio,
non è possibile costruire (disegnare) un triangolo con lati 2cm, 3cm, 6cm visto che 6 è maggiore di 2+3
(ciascun lato deve essere minore della somma tra gli altri due).



LABORATORIO SULLA PROPRIETÀ DEI LATI (DA SVOLGERE)

SUL FOGLIO DI CARTA MILLIMETRATA



DEVI PROVARE A DISEGNARE DEI **TRIANGOLI RETTANGOLI** CON LE SEGUENTI MISURE DEI LATI:

a) 3 cm, 4 cm (i due lati perpendicolari) e 5 cm (ipotenusa)
b) 5 cm, 12 cm (i due lati perpendicolari) e 13 cm (ipotenusa)
c) 3 cm, 4 cm (i due lati perpendicolari) e 8 cm (ipotenusa)

In quale caso non è possibile disegnare il triangolo? Per quale motivo?

COMPITI DA SVOLGERE DI GEOMETRIA

- STUDIARE LA TEORIA PRESENTE SULLE DIAPOSITIVE
- SVOLGERE L'ATTIVITÀ DI LABORATORIO SUL FOGLIO DI CARTA MILLIMETRATA ED INVIARE/CONDIVIDERE L'IMMAGINE TRAMITE EMAIL O SULLO STREAM
- RISOLVERE I SEGUENTI ESERCIZI DEL LIBRO DI GEOMETRIA VOLUME 1:

PAG. 270 N° 54, 56

DA PAG. 303 N° 3, 4, 6, 7, 9, 11, 33, 37, 67, 69

PROBLEMI RISOLVIBILI CON IL MCD ED IL mcm

Una **indicazione generale**, utile come guida per orientarsi è la seguente:

1. quando il problema si riferisce a quantità che devono essere suddivise in **parti intere** della **massima grandezza possibile**, si dovrà ricorrere al **M.C.D.**;

2. quando il problema si riferisce ad eventi che si ripetono **periodicamente**, si ricorrerà al **m.c.m.**

▶ Problemi con il M.C.D.

Il concetto del M.C.D. ci permette la risoluzione di alcuni problemi.

Ci sono 912 mele Golden, 1026 mele Pink Lady e 684 mele Granny Smith. Vogliamo confezionare il maggior numero di cassette in modo che in ognuna ci sia lo stesso numero di mele di ciascuna varietà e in modo da sistemare tutte le mele nelle cassette. Quante cassette possiamo preparare?

Se i vari tipi di mele devono essere suddivisi in modo che in ogni cassetta ci sia sempre lo stesso numero di mele di ciascuna varietà, il numero di cassette deve essere un divisore comune di 912, 1026 e 684. Inoltre, poiché vogliamo che il numero di cassette sia il maggiore possibile, dobbiamo calcolare il M.C.D. tra il numero di mele di ogni tipo.

Poiché $912 = 2^4 \cdot 3 \cdot 19 \qquad 1026 = 2 \cdot 3^3 \cdot 19 \qquad 684 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 19$

si ha $\text{M.C.D.}(912, 1026, 684) = 2 \cdot 3 \cdot 19 = 114$

Si potranno quindi preparare 114 cassette.

Due pezze di stoffa misurano 28 m e
35 m. Si intende ricavare dalle pezze dei tagli di stoffa della lunghezza massima possibile, uguali tra loro e senza avere scarti.
Quale sarà la lunghezza dei tagli?
Quanti tagli si riescono a ricavare da ogni pezza?

Problema di MCD

$D_{28} = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$

$D_{35} = \{1, 5, 7, 35\}$

Trovo la lunghezza massima di un ritaglio di stoffa

MCD (28;35) = 7 m

Trovi i tagli da 7 m che sono ottenibili dalle pezze di stoffa da 28 m e 35 m

28 : 7 = 4 tagli

35 : 7 = 3 tagli

Giovanni, il fiorista, dispone di 24 rose, 60 tulipani e 84 camelie. Quanti mazzetti uguali tra loro potrà fare e quale sarà la loro composizione?

Dovendo fare più mazzetti dati dei tipi di fiori che non è possibile modificare serve fare una loro suddivisione o divisione. Si tratta di un problema che vede coinvolti evidentemente i possibili divisori delle quantità di fiori disponibili.

Problema di MCD

METODO DELLA FATTORIZZAZIONE

$$24 = 2^3 \cdot 3$$

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$M.C.D.(24, 60, 84) = 2^2 \cdot 3 = 12\ mazzetti$$

24 | 2 12 | 2 6 | 2 3 | 3 1 $24 = 2^3 \cdot 3$	60 | 2x5 6 | 2 3 | 3 1 $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$	84 | 2 42 | 2 21 | 3 7 | 7 1 $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$

METODO PER ELENCAZIONE

D_{24} = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12,24}

D_{70} = {1, 2, 3, 4, 5, 6,10, 12, 15, 20, 30, 60}

D_{84} = {1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84}

MCD (24; 60; 84) = 12 mazzetti

Trovo la composizione dei mazzetti

24 : 12 = 2 rose

60 : 12 = 5 tulipani

84 : 12 = 7 camelie

▶ Problemi con il m.c.m.

Il concetto del m.c.m. ci permette la risoluzione di alcuni problemi.

All'ingresso di un porto ci sono due fari: uno rosso e uno verde. La luce del faro verde illumina il mare una volta ogni 40 secondi, mentre la luce del faro rosso si accende una volta ogni 15 secondi. Se in questo momento i due fari hanno illuminato il mare contemporaneamente, tra quanti secondi questo accadrà di nuovo?

Il primo faro illumina il mare dopo 40 secondi la prima volta, dopo 80 secondi la seconda volta e così via: per sapere ogni quanti secondi il faro verde illumina il mare dobbiamo calcolare i multipli di 40.

$$M(40) = \{0, 40, 80, 120, 160, 200, 240, 280, \ldots\}$$

Il secondo faro illumina il mare dopo 15 secondi la prima volta, dopo 30 la seconda volta e così via. Il mare sarà illuminato dal faro rosso ogni multiplo di 15 secondi.

$$M(15) = \{0, 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135, \ldots\}$$

I fari illumineranno di nuovo insieme il mare dopo un numero di secondi che è il più piccolo multiplo comune a 40 e 15 e diverso da 0. Bisogna quindi calcolare cioè il m.c.m. tra 40 e 15. Poiché $40 = 2^3 \cdot 5$ e $15 = 3 \cdot 5$ abbiamo:

$$\text{m.c.m.}(40, 15) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$$

I due fari illumineranno di nuovo contemporaneamente il mare tra 120 secondi.

Due ciclisti si sfidano in pista. Partono contemporaneamente in un velodromo e compiono un giro rispettivamente in 90 secondi e 81 secondi.
Dopo quanti secondi, supponendo che mantengano tempi costanti nei successivi giri, si ritroveranno allineati di nuovo sulla linea di arrivo?
Quanti giri avrà fatto ognuno?

Problema di mcm

Trovo i multipli di 90 e 81

M_{90} = {90; 180; 270; 360; 450; 540; 630; 720; **810;** 900; 990; …}

M_{81} = {81; 162; 243; 324; 405; 486; 567; 648; 729; **810;** 891; …}

Trovo dopo quanto si ritrovano la prima volta

mcm (81; 90) = 810 *s* = 13 min 30 s

Trovo quanti giri avrà compiuto ognuno

810 : 81 = 10 giri

810 : 90 = 9 giri

Due aerei partono contemporaneamente dall'aeroporto di Verona e vi ritorneranno dopo aver percorso le loro rotte: il primo ogni 12 giorni e il secondo ogni 14 giorni. Dopo quanti giorni i due aerei si troveranno di nuovo insieme a Verona?

Il problema sposta in avanti nel tempo la domanda di 12 giorni in 12 giorni e di 14 in 14 giorni.
Si tratta di un problema che vede coinvolti evidentemente i multipli di 12 e 14.

Problema di mcm

METODO DELLA FATTORIZZAZIONE

$12 = 2^2 \cdot 3$

$14 = 2 \cdot 7$

$m.c.m.(12, 14) = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 = 84 \; giorni$

METODO PER ELENCAZIONE

$M_{12} = \{12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, \dots\}$

$M_{14} = \{14, 28, 42, 56, 70, 84, 98, 112, 126, 140, \dots\}$

mcm (12; 14) $= 84 \; giorni$

12 | 2 6 | 2 3 | 3 1 $12 = 2^2 \cdot 3$	14 | 2 7 | 7 1 $14 = 2 \cdot 7$

COMPITI DA SVOLGERE DI ARITMETICA

STUDIARE LA TEORIA PRESENTE SULLE DIAPOSITIVE E RISOLVERE I SEGUENTI ESERCIZI DEL LIBRO DI ARITMETICA VOL. 1:

DA PAG. 311 N° 185, 188, 235, 241