

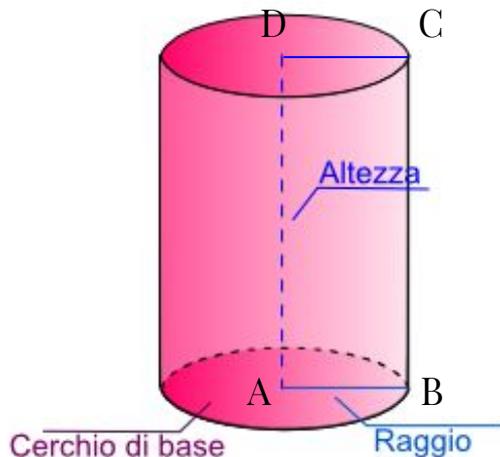
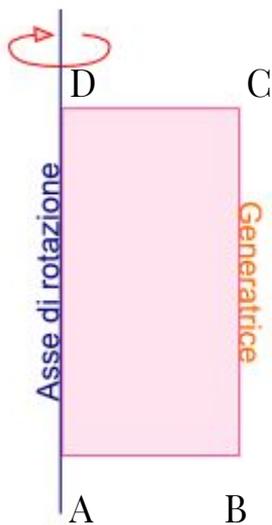
MATEMATICA

- CALCOLO DI S_l , S_t , V NEI CILINDRI
- LA PROBABILITÀ
- COMPITI DA SVOLGERE

IL CILINDRO

Come abbiamo visto precedentemente, il cilindro è un solido che si genera dalla rotazione completa (di 360°) di un rettangolo attorno a uno dei suoi lati, detto asse di rotazione.

Ad esempio, consideriamo il cilindro generato mediante la rotazione completa del seguente rettangolo ABCD attorno al lato maggiore AD:



- il lato AD coincide con l'asse di rotazione
- il lato BC detto generatrice del cilindro descrive una superficie cilindrica che è la superficie laterale
- i raggi AB e CD descrivono dei cerchi detti basi
- AD (la distanza tra le due basi) si dice altezza del cilindro

LE FORMULE DEL CILINDRO

$$V = A_b \cdot h = \pi r^2 h \quad A_b = \pi r^2$$

$$A_t = A_l + 2A_b = 2\pi r(h + r)$$

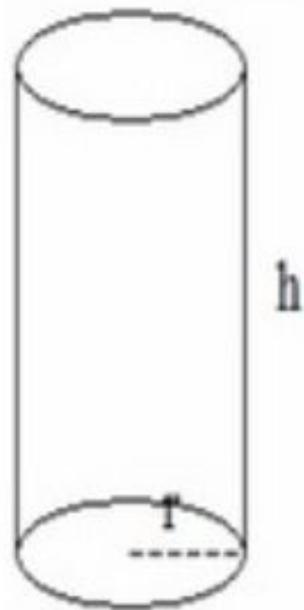
$$C = 2\pi r = \frac{A_l}{h}$$

$$h = \frac{A_l}{2\pi r} = \frac{V}{\pi r^2}$$

$$A_l = C \cdot h = 2\pi r h$$

$$A_b = \frac{V}{h}$$

$$r = \frac{A_l}{2\pi h} = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$$



ESEMPI DI PROBLEMI

Un cilindro di vetro ($ps\ 2,5\ \text{g/cm}^3$) alto 9 cm ha un raggio di base di 5 cm. Calcola il volume e il suo peso.

$$Ab = \pi r^2 = 5^2 \cdot \pi = 25\pi\ \text{cm}^2$$

$$V = Ab \cdot h_{cil} = 25\pi \cdot 9 = 225\pi\ \text{cm}^3 = 706,50\ \text{cm}^3$$

$$Peso = V \cdot ps = 225\pi \cdot 2,5 = 562,5\pi\ \text{g}$$

$$Peso = 562,5\pi \approx 1776,25\ \text{g}$$

Dati e relazioni

Cilindro

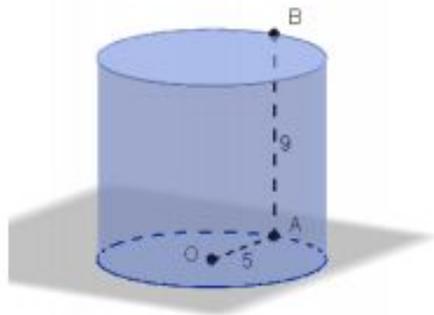
$$h = 9\ \text{cm}$$

$$r = 5\ \text{cm}$$

$$ps = 2,5$$

Richieste

Volume e peso



Un cilindro di alluminio ($ps\ 2,7\text{ g/cm}^3$) alto 5 cm ha un raggio di base di 14 cm. Calcola l'area totale, il volume e il suo peso.

Dati e relazioni

Cilindro

$$h = 5\text{ cm}$$

$$r = 14\text{ cm}$$

$$ps = 2,7$$

Richieste

Area totale

Volume e peso

$$C = 2\pi r = 2 \cdot 14 \cdot \pi = 28\pi\text{ cm}$$

$$Ab = \pi r^2 = 14^2 \cdot \pi = 196\pi\text{ cm}^2$$

$$Al = C \cdot h = 28\pi \cdot 5 = 140\pi\text{ cm}^2$$

$$At = 2 \cdot Ab + Al = 2 \cdot 196\pi + 140\pi$$

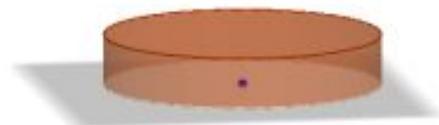
$$At = 392\pi + 140\pi = 532\pi\text{ cm}^2$$

$$At = 532\pi \approx 1670,48\text{ cm}^2$$

$$V = Ab \cdot h_{cil} = 196\pi \cdot 5 = 980\pi\text{ cm}^3$$

$$V = 980\pi \approx 3077,2\text{ cm}^3$$

$$Peso = V \cdot ps = 980\pi \cdot 2,7 = 2646\pi\text{ g} \approx 8308,44\text{ g}$$



Un cilindro di gesso ($\rho = 2 \text{ g/cm}^3$) pesa $2304\pi \text{ g}$ ed è alto 8 cm .
Calcola l'area totale del solido.

Dati e relazioni

Cilindro

Peso $2304\pi \text{ g}$

$h = 8 \text{ cm}$

$\rho = 2$

Richieste

Area totale

$$V = \frac{P}{\rho} = \frac{2304\pi}{2} = 1152\pi \text{ cm}^3$$

$$Ab = \frac{V}{h} = \frac{1152\pi}{8} = 144\pi \text{ cm}^2$$

(formula inversa
dell'area del cerchio)

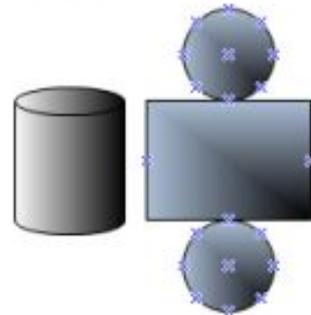
$$r_{base} = \sqrt{\frac{Ab}{\pi}} = \sqrt{\frac{144\pi}{\pi}} = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$

$$C = 2\pi r = 2 \cdot 12 \cdot \pi = 24\pi \text{ cm}$$

$$Al = C \cdot h = 24\pi \cdot 8 = 192\pi \text{ cm}^2$$

$$At = 2 \cdot Ab + Al = 2 \cdot 144\pi + 192\pi = (288\pi + 192\pi) \text{ cm}^2$$

$$At = 480\pi \text{ cm}^2 \approx 1507,2 \text{ cm}^2$$



COMPITI DA SVOLGERE DI GEOMETRIA

STUDIARE LA TEORIA PRESENTE SULLE DIAPOSITIVE E SVOLGERE I SEGUENTI ESERCIZI SUL LIBRO DI GEOMETRIA VOLUME 3:

da pag 127 n° 14, 18, 22, 24, 26, 32

LA PROBABILITÀ

Calcolo della probabilità

Studiare la probabilità significa studiare la previsione che un certo evento si verifichi oppure no. La probabilità matematica p di un evento casuale (se il suo verificarsi dipende esclusivamente dal caso) è il rapporto tra il numero dei casi favorevoli f e il numero di tutti i casi ugualmente possibili n :

$$p = f : n$$

Esempi:

- 1) Consideriamo il lancio di una moneta; qual è la probabilità che esca “testa”? La probabilità è 1 a 2 ovvero $\frac{1}{2}$ visto che i casi possibili sono testa e croce.
- 2) Consideriamo il lancio di un dado; qual è la probabilità che esca il numero 4? I casi possibili sono 6 quindi la probabilità è 1 a 6 ovvero $\frac{1}{6}$.
- 3) Consideriamo il lancio di un dado; qual è la probabilità che esca un numero pari? I casi possibili sono 6, quelli favorevoli 3 (2, 4, 6) quindi la probabilità è di 3 a 6 ovvero $\frac{3}{6}$ cioè $\frac{1}{2}$.

Probabilità matematica di un evento

Può essere:

- a) **certa** se uguale a 1 - Ad esempio, considerando una scatola contenente 9 palline rosse, qual è la probabilità di estrarre una pallina rossa? $9/9 = 1$
- b) **impossibile** se uguale a 0 - Ad esempio, qual è la probabilità di estrarre una pallina nera dalla scatola precedente? $0/9 = 0$
- c) **tra 0 ed 1** (compresi) in tutti i possibili eventi; l'evento è più probabile e vicino al certo se vicino ad 1, è invece meno probabile se vicino allo zero.

Come indicare la probabilità di un evento in forma percentuale

Per ottenere la probabilità di un evento in forma percentuale basta moltiplicare per cento il valore (in genere decimale) ottenuto.

Ad esempio, calcoliamo la probabilità in forma percentuale che nel gioco della tombola:

- 1) esca un numero pari $45/90 = 0,5 = 50\%$ (i numeri pari sono 2, 4, 6, 8, ...88, 90)
- 2) esca un numero divisibile per 5 $18/90 = 0,2 = 20\%$ (5, 10, 15, 20, 25, 30, ..., 85, 90)
- 3) esca un numero pari che sia maggiore di 80 e minore di 90 $4/90 \sim 0,044 = 4,4\%$
(82, 84, 86, 88)

ALTRI ESEMPI

Un sacchetto contiene 20 palline bianche, 15 palline rosse, 18 palline gialle e 22 palline verdi. Completa il procedimento per calcolare la probabilità di estrarre:

a. una pallina bianca.

Le palline bianche sono $\dots 20 \dots$ quindi $f = \dots 20 \dots$

$$p = \frac{\dots 20 \dots}{\dots 20 + 15 + 18 + 22 = 75 \dots}$$

$$P = \frac{\dots 20 \dots}{\dots 75 \dots} = \frac{\dots 4 \dots}{\dots 15 \dots}$$

b. una pallina nera.

Non ci sono palline nere quindi $f = \dots 0 \dots$

$$P = \frac{\dots 0 \dots}{\dots 75 \dots} = \frac{\dots 0 \dots}{\dots \dots}$$

c. una pallina gialla o una pallina rossa.

Le palline gialle e quelle rosse sono in tutto

$$\dots 18 \dots + \dots 15 \dots = \dots 33 \dots \text{ quindi } f = \dots 33 \dots$$

$$P = \frac{\dots 33 \dots}{\dots 75 \dots} = \frac{\dots 11 \dots}{\dots 25 \dots}$$

Completa il procedimento per calcolare la probabilità di estrarre una carta, che non sia una figura, da un mazzo di 40 carte.

In un mazzo di carte le figure sono $\dots 12 \dots$,

le carte rimanenti sono $\dots 50 \dots - \dots 12 \dots = \dots 28 \dots$, quindi $f = \dots 28 \dots$

$$P = \frac{\dots 28 \dots}{\dots 40 \dots} = \frac{\dots 7 \dots}{\dots 10 \dots}$$

f = casi favorevoli

p = totale casi possibili

P = probabilità

FREQUENZA RELATIVA DI UN EVENTO E LEGGE DEI GRANDI NUMERI

LA FREQUENZA RELATIVA DI UN EVENTO E' IL RAPPORTO TRA IL NUMERO DI VOLTE CHE L'EVENTO SI E' VERIFICATO E IL NUMERO DI PROVE EFFETTURE.

Partiamo da un semplice esempio: lanciamo una moneta 10 volte, 100 volte, 1000 volte e controlliamo l'evento "uscita di testa". Io ho ottenuto questi risultati

Numero lanci	Uscita di testa	Frequenza di uscita di testa
10	6	$6/10 = 0,60 = 60\%$
100	56	$56/100 = 0,56 = 56\%$
1000	532	$532/1000 \approx 0,53 = 53\%$

Osserviamo che mentre aumentano in numero gli scarti dal valore teorico il valore della frequenza si avvicina a quello della probabilità ($0,5=50\%$) infatti gli scarti dal valore teorico (meta' dei lanci) sono

per 10 lanci abbiamo 6 teste quindi scarto = 1

per 100 lanci abbiamo 56 teste quindi scarto = 6

per 1000 lanci abbiamo 532 teste quindi scarto = 32

La frequenza invece e'

per 10 lanci e' 0,60

per 100 lanci e' 0,56

per 1000 lanci e' 0,53

Se aumentiamo il numero di lanci avremo che il valore della frequenza si avvicina sempre piu' a quello della probabilità (0,50)

UN ESPERIMENTO DI QUESTO GENERE CI PORTA AD ENUNCIARE LA SEGUENTE LEGGE DEI GRANDI NUMERI:

ALL'AUMENTARE DEL NUMERO DELLE PROVE FATTE IL VALORE DELLA FREQUANZA TENDE AL VALORE TEORICO DELLA PROBABILITÀ.

Attenzione a considerare in modo corretto la legge dei grandi numeri: se ad esempio ho, lanciando una moneta, l'uscita di testa per 6 volte di seguito non è che nel lancio successivo è più probabile che esca croce invece di testa: le probabilità di uscita di testa o di croce sono **esattamente** le stesse

Esperimento sulla "legge dei grandi numeri" mediante il LANCIO CASUALE DI UNA MONETA (da svolgere a casa)

- Bisogna lanciare la moneta per 100 volte (registrando di volta in volta i risultati ottenuti) e realizzare una tabella simile alla 12^a diapositiva
- dopo 5,10,15,20,25...100 lanci, raccogliere i risultati ("uscita di croce") e rappresentare le frequenze relative (frequenza di croce)
- al termine confrontare i risultati statistici con il valore atteso della probabilità matematica (50%)

N.B.

Frequenza di uscita di croce = numero uscite di croce / numero lanci eseguiti

Di seguito un fac-simile di tabella che si potrebbe realizzare.

NUMERO LANCI	USCITA DI TESTA	FREQUENZA DI USCITA DI TESTA
5		
10		
15		
20		
25		
...		
50		
...		
100		

COMPITI DA SVOLGERE SULLA PROBABILITA'

1)EFFETTUARE L'ESPERIMENTO DESCRITTO E INVIARE (PER EMAIL O SU STREAM) LA FOTO O IL FILE DELLA TABELLA CON I RISULTATI OTTENUTI

2)STUDIARE LA TEORIA PRESENTE SULLE DIAPOSITIVE E RISOLVERE I SEGUENTI ESERCIZI:

1) Qual è la probabilità che lanciando un dado esca la faccia con il numero uno?

2) Qual è la probabilità che estraendo una carta da un mazzo da briscola (40 carte) questa sia una figura?

3) Un sacchetto contiene 40 palline uguali, 16 sono di colore giallo e le restanti blu. Calcola la probabilità di estrarre una pallina blu?

4) In frigo ci sono 5 banane, 3 pesche e 2 mele. Afferrando, senza guardare, un frutto qual è la probabilità di afferrare una banana o una pesca?