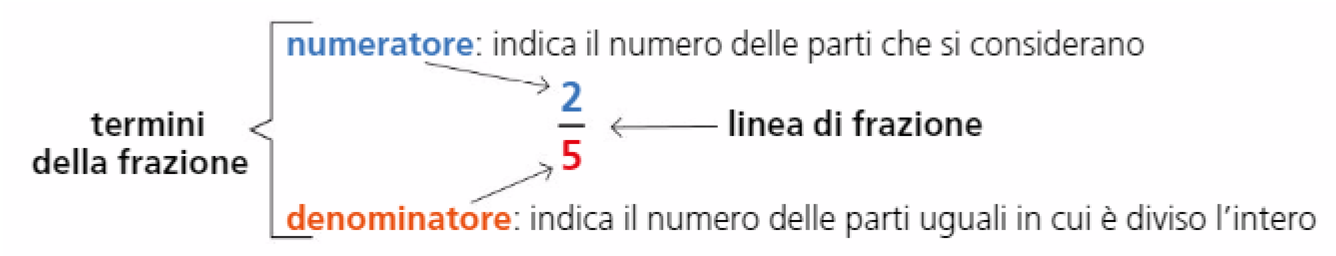
Le frazioni

Termini, unità frazionaria
Frazione come operatore
Frazioni proprie improprie e apparenti
Frazioni particolari
Frazioni complementari
Frazioni equivalenti
Confronto di frazioni

Termini unità frazionaria



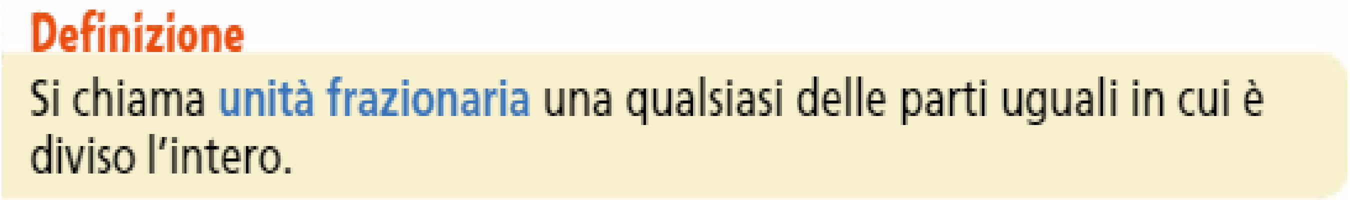
termini della frazione

numeratore: indica il numero delle parti che si considerano

$$\frac{2}{5}$$

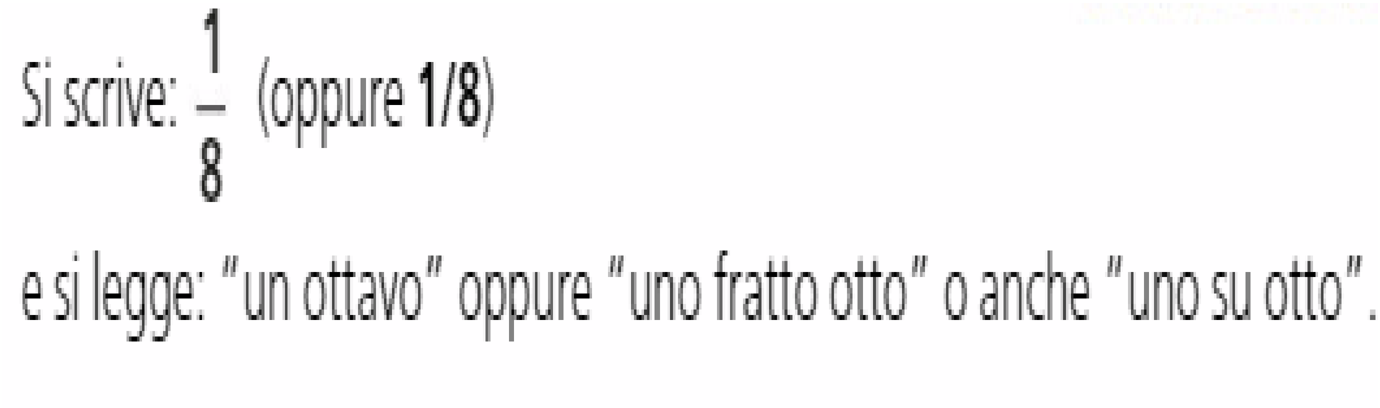
linea di frazione

denominatore: indica il numero delle parti uguali in cui è diviso l'intero



Definizione

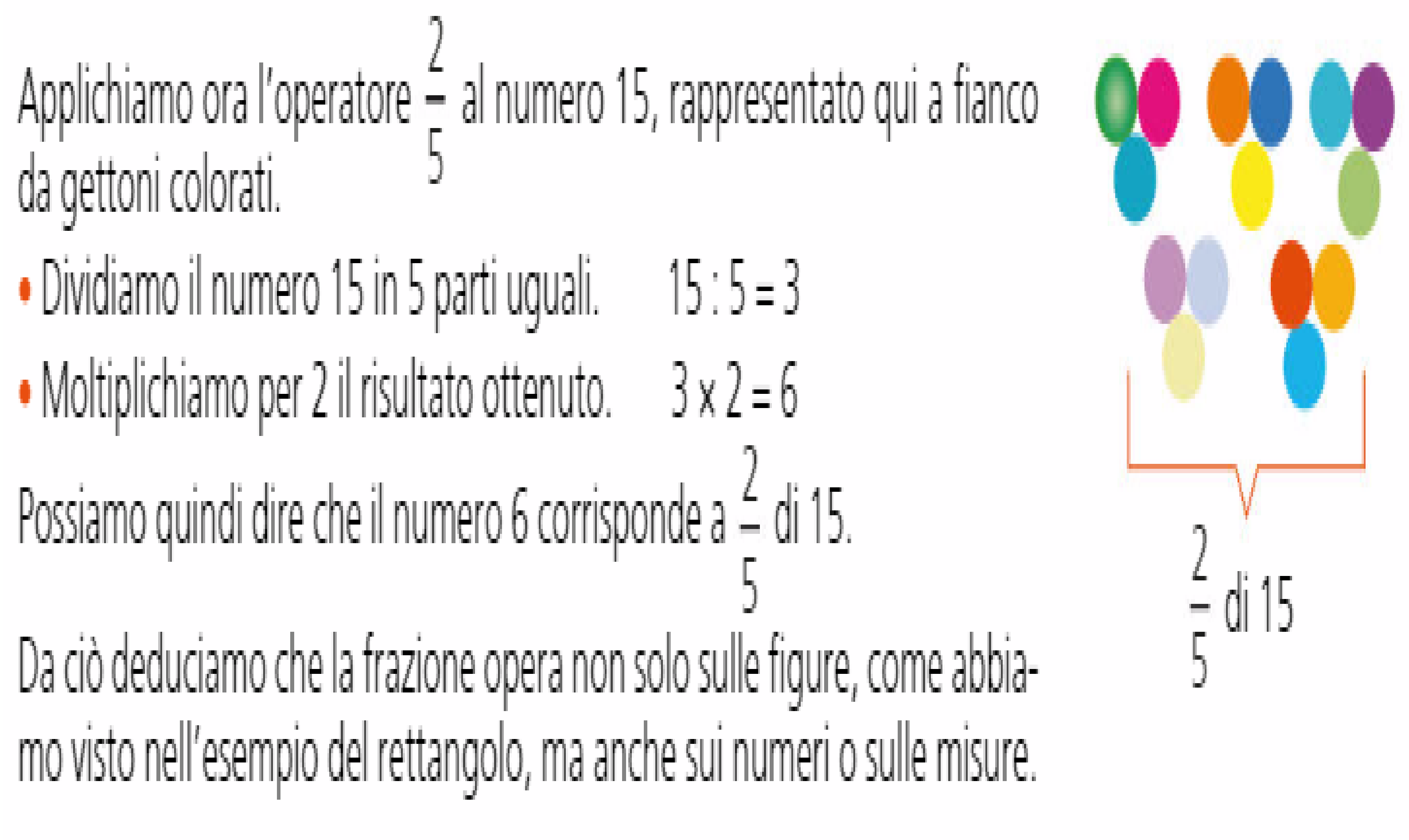
Si chiama **unità frazionaria** una qualsiasi delle parti uguali in cui è diviso l'intero.



Si scrive: $\frac{1}{8}$ (oppure 1/8)

e si legge: "un ottavo" oppure "uno fratto otto" o anche "uno su otto".

Frazione come operatore



Applichiamo ora l'operatore $\frac{2}{5}$ al numero 15, rappresentato qui a fianco da gettoni colorati.

- Dividiamo il numero 15 in 5 parti uguali. $15 : 5 = 3$
- Moltiplichiamo per 2 il risultato ottenuto. $3 \times 2 = 6$

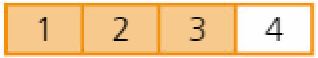
Possiamo quindi dire che il numero 6 corrisponde a $\frac{2}{5}$ di 15.

Da ciò deduciamo che la frazione opera non solo sulle figure, come abbiamo visto nell'esempio del rettangolo, ma anche sui numeri o sulle misure.

Frazioni proprie,improprie e apparenti

Frazioni proprie

Costruiamo la frazione $\frac{3}{4}$ operando su un rettangolo che costituisce l'unità intera.



$3 < 4$

Definizione

Una frazione si dice **propria** se il numeratore è minore del denominatore.

Frazioni improprie

Costruiamo la frazione $\frac{5}{3}$ operando su un rettangolo.

Sappiamo che la frazione data divide il rettangolo in 3 parti uguali e ne considera 5.
Ma com'è possibile dividere un'unità intera in 3 parti e prenderne 5?
Basta disegnare un altro rettangolo anch'esso diviso in 3 parti uguali e considerare ancora 2 parti.

$\frac{5}{3}$

$5 > 3$

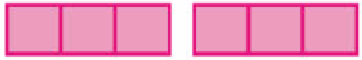
Definizione

Una frazione si dice **impropria** se il numeratore è maggiore del denominatore.

Frazioni apparenti

Costruiamo le frazioni $\frac{4}{4}$ e $\frac{6}{3}$ operando su due rettangoli.

$\frac{4}{4}$ è uguale a 1 intero

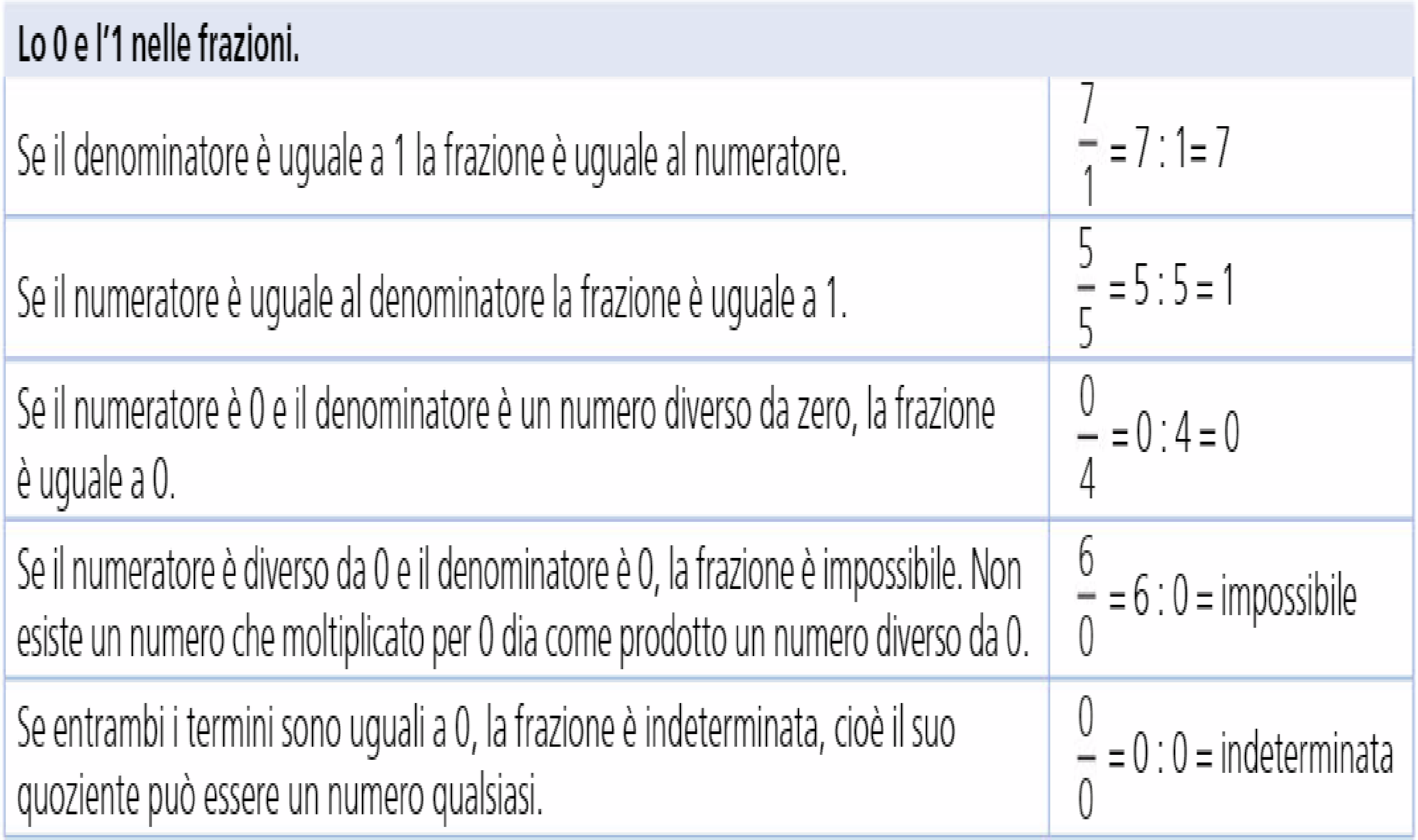


$\frac{6}{3}$ è uguale a 2 interi

Definizione

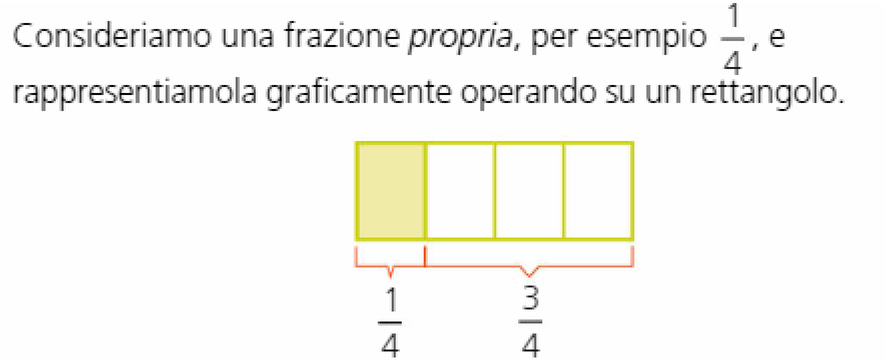
Una frazione si dice **apparente** se il numeratore è multiplo del denominatore.

Frazioni particolari

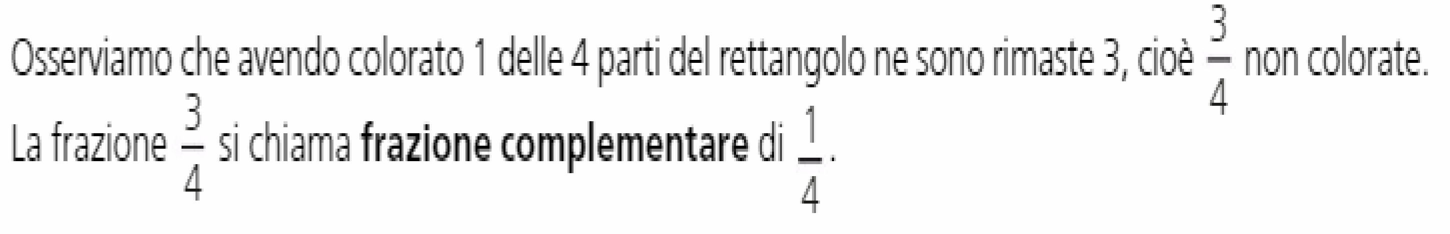


Lo 0 e l'1 nelle frazioni.	
Se il denominatore è uguale a 1 la frazione è uguale al numeratore.	$\frac{7}{1} = 7 : 1 = 7$
Se il numeratore è uguale al denominatore la frazione è uguale a 1.	$\frac{5}{5} = 5 : 5 = 1$
Se il numeratore è 0 e il denominatore è un numero diverso da zero, la frazione è uguale a 0.	$\frac{0}{4} = 0 : 4 = 0$
Se il numeratore è diverso da 0 e il denominatore è 0, la frazione è impossibile. Non esiste un numero che moltiplicato per 0 dia come prodotto un numero diverso da 0.	$\frac{6}{0} = 6 : 0 =$ impossibile
Se entrambi i termini sono uguali a 0, la frazione è indeterminata, cioè il suo quoziente può essere un numero qualsiasi.	$\frac{0}{0} = 0 : 0 =$ indeterminata

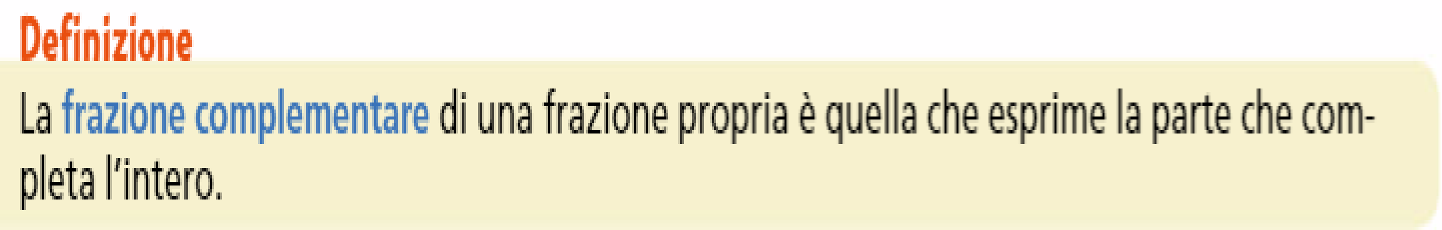
Frazioni complementari



Consideriamo una frazione *propria*, per esempio $\frac{1}{4}$, e rappresentiamola graficamente operando su un rettangolo.



Osserviamo che avendo colorato 1 delle 4 parti del rettangolo ne sono rimaste 3, cioè $\frac{3}{4}$ non colorate. La frazione $\frac{3}{4}$ si chiama **frazione complementare** di $\frac{1}{4}$.

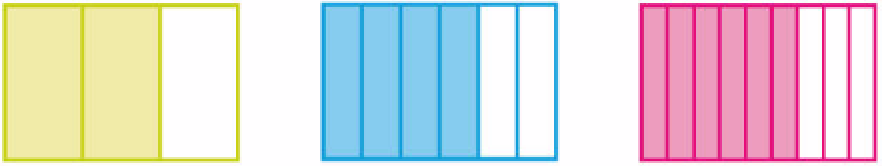


Definizione

La **frazione complementare** di una frazione propria è quella che esprime la parte che completa l'intero.

Frazioni equivalenti

Rappresentiamo il foglio con uno stesso rettangolo ed evidenziamo le parti corrispondenti alle frazioni date.



$\frac{2}{3}$ $\frac{4}{6}$ $\frac{6}{9}$

Definizione

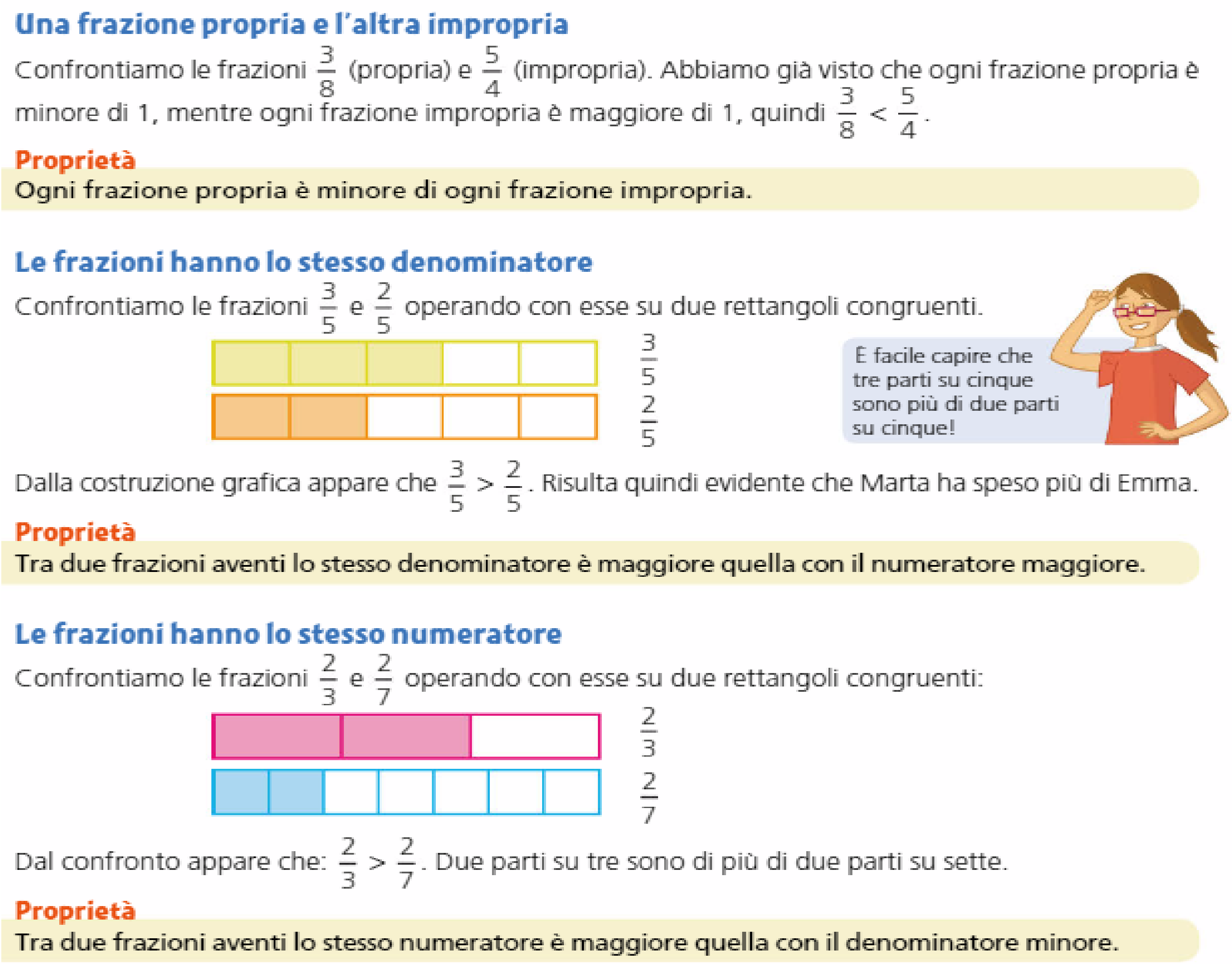
Due o più **frazioni** si dicono **equivalenti** se, applicate alla stessa grandezza, rappresentano la stessa quantità.

Le frazioni equivalenti a una data frazione sono *infinite* e costituiscono un insieme che prende nome di **classe di equivalenza**.

$$\frac{2}{3} = \frac{\overset{\times 2}{4}}{\underset{\times 2}{6}} = \frac{\overset{\times 3}{6}}{\underset{\times 3}{9}} = \frac{\overset{\times 4}{8}}{\underset{\times 4}{12}} = \frac{\overset{\times 5}{10}}{\underset{\times 5}{15}} = \frac{\overset{\times 6}{12}}{\underset{\times 6}{18}} \ldots$$

$$\left[\frac{2}{3}\right] = \left\{\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \frac{10}{15}, \frac{12}{18}, \ldots\right\}$$

Confronto tra frazioni



Una frazione propria e l'altra impropria

Confrontiamo le frazioni $\frac{3}{8}$ (propria) e $\frac{5}{4}$ (impropria). Abbiamo già visto che ogni frazione propria è minore di 1, mentre ogni frazione impropria è maggiore di 1, quindi $\frac{3}{8} < \frac{5}{4}$.

Proprietà

Ogni frazione propria è minore di ogni frazione impropria.

Le frazioni hanno lo stesso denominatore

Confrontiamo le frazioni $\frac{3}{5}$ e $\frac{2}{5}$ operando con esse su due rettangoli congruenti.

È facile capire che tre parti su cinque sono più di due parti su cinque!

Dalla costruzione grafica appare che $\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$. Risulta quindi evidente che Marta ha speso più di Emma.

Proprietà

Tra due frazioni aventi lo stesso denominatore è maggiore quella con il numeratore maggiore.

Le frazioni hanno lo stesso numeratore

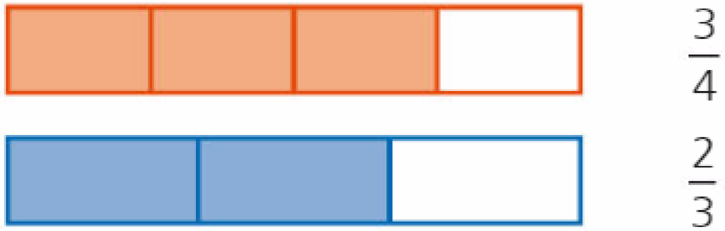
Confrontiamo le frazioni $\frac{2}{3}$ e $\frac{2}{7}$ operando con esse su due rettangoli congruenti:

Dal confronto appare che: $\frac{2}{3} > \frac{2}{7}$. Due parti su tre sono di più di due parti su sette.

Proprietà

Tra due frazioni aventi lo stesso numeratore è maggiore quella con il denominatore minore.

Le frazioni hanno il numeratore e il denominatore diversi



In questo caso, prima *riduciamo le frazioni date al minimo comune denominatore*.

Poiché il m.c.m. (4, 3) = 12, le frazioni equivalenti a $\frac{3}{4}$ e $\frac{2}{3}$ con lo stesso denominatore diventano $\frac{9}{12}$ e $\frac{8}{12}$.

Confrontiamo ora i numeratori delle nuove frazioni riportandoci al secondo caso di p. 318.

Osserviamo che $9 > 8$, quindi: $\frac{9}{12} > \frac{8}{12}$ e, di conseguenza, $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$.

Procedimento

Se due frazioni hanno il numeratore e il denominatore disuguali, prima si riducono allo stesso denominatore e poi si confrontano le frazioni così ottenute.

Un metodo pratico per confrontare due frazioni consiste nell'eseguire i prodotti "a croce", cioè moltiplicare il numeratore della prima frazione per il denominatore della seconda e il denominatore della prima per il numeratore della seconda.

Si confrontano quindi i prodotti: se il primo è maggiore, lo è anche la prima frazione e viceversa.

Esempio Vogliamo confrontare le frazioni $\frac{3}{4}$ e $\frac{2}{5}$.

Eseguiamo i prodotti:

$3 \times 5 = 15$

$4 \times 2 = 8$

Poiché $15 > 8$ si deduce che $\frac{3}{4} > \frac{2}{5}$.

Compiti

Studiare la presentazione

La teoria nel libro di aritmetica1da pg 300 a pg 308 pg 318 e 320

Esercizi sul libro

Es 8-9 pg 301

Es 7 pg 303

Es2 pg 307

Es 4-5 pg 309