

MATEMATICA

-
- LE FRAZIONI (SIGNIFICATI, CLASSIFICAZIONE)
 - ESEMPI DI ESERCIZI/PROBLEMI SULLE FRAZIONI
 - COMPITI DA SVOLGERE

LE FRAZIONI

Una frazione è un altro modo per scrivere il quoziente di due numeri naturali.

I due termini della divisione sono scritti uno sotto l'altro separati da una linea orizzontale, detta **linea di frazione**. La linea di frazione equivale al simbolo della divisione. Il dividendo si scrive sopra la linea di frazione e prende il nome di **numeratore**, mentre il divisore si scrive sotto la linea di frazione ed è detto **denominatore**.

La frazione $\frac{n}{d}$ si può anche scrivere n/d e si legge **n fratto d** , oppure **n su d** , oppure **enne d -esimi**, usando l'ordinale del denominatore.

L'operazione di divisione è possibile solo se il divisore è diverso da 0. Per lo stesso motivo una frazione non può avere denominatore nullo. Una frazione può quindi essere vista come una coppia ordinata di numeri naturali con il secondo diverso da 0.



Chiamiamo **frazione** una scrittura del tipo $\frac{n}{d}$, con d diverso da 0.
Essa rappresenta il quoziente $n : d$.

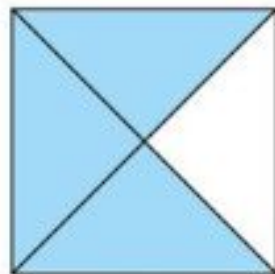
► La frazione e i suoi significati

Una frazione può essere interpretata come operatore e come numero.

La frazione come operatore

Se consideriamo i $\frac{3}{4}$ del quadrato in figura, stiamo operando con la frazione $\frac{3}{4}$ su tutto il quadrato, detto anche **intero**. Per farlo dobbiamo:

- **dividere l'intero**, il quadrato, **in 4 parti uguali**, quante ne indica il **denominatore**;
- prenderne **in considerazione 3**, tante quante ne indica il **numeratore**.



PAROLE ►

Una frazione è un operatore che indica di dividere l'intero in tante parti uguali, quante ne indica il denominatore, e di considerarne tante quante ne indica il numeratore.

SIMBOLI ►

Detto a un ^{INTERO} intero, si ha

$$\frac{n}{d} \text{ di } a = a : d \cdot n$$

Prova tu

Operiamo con la frazione $\frac{3}{4}$ su 8 gelati.



Dividiamo l'intero, gli 8 gelati, in 4 gruppi uguali e ne consideriamo 3 parti.

Prenderemo 6 gelati: $\frac{3}{4}$ di 8 gelati = $8 : 4 \cdot 3 = 6$ gelati

La frazione come numero

La scrittura simbolica $\frac{3}{4}$ rappresenta il quoziente della divisione $3 : 4 = 0,75$. Possiamo perciò considerare la frazione $\frac{3}{4}$ come un numero, perché è un altro modo di scrivere il numero 0,75 lasciando i termini della divisione indicati.

PAROLE ►

Una frazione è un numero e rappresenta il quoziente della divisione tra il suo numeratore e il suo denominatore.

SIMBOLI ►

$\forall n, d \in \mathbb{N}, d \neq 0$ si ha

$$\frac{n}{d} = n : d$$

Il ruolo dello 0 e dell'1 nelle frazioni è legato al ruolo dello 0 e dell'1 nelle divisioni.

- Se il numeratore è 1, la frazione si dice **unità frazionaria**: $\frac{1}{n}$.
- Se il denominatore è 1, la frazione è un **numero naturale** uguale al numeratore: $\frac{n}{1} = n$.
- Se il numeratore è 0, la frazione è la **frazione nulla**: $\frac{0}{n} = 0$.

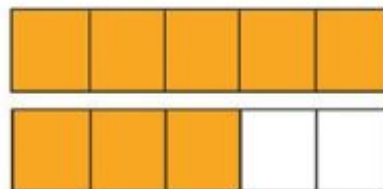
Poiché non ha significato la divisione per 0, le scritture $\frac{n}{0}$ e $\frac{0}{0}$ **non hanno significato**.

► La classificazione delle frazioni

- Osserviamo la rappresentazione della frazione $\frac{5}{8}$.
Come operatore, è una parte più piccola dell'intero. Come quoziente $5 : 8$ è un numero minore di 1. Si dice che la frazione è una **frazione propria** quando il **numeratore è minore del denominatore**.



- Osserviamo, invece, la rappresentazione della frazione $\frac{8}{5}$.
Come operatore la frazione è una parte più grande dell'intero. Come quoziente $8 : 5$ è un numero maggiore di 1. Si dice che la frazione è una **frazione impropria** quando il **numeratore è maggiore o uguale al denominatore**.



- Osserviamo, infine, la rappresentazione della frazione $\frac{10}{5}$.
Come operatore la frazione rappresenta 2 interi e il quoziente $10 : 5 = 2$ è un numero naturale. Si dice che la frazione è una **frazione apparente** quando il **numeratore è un multiplo del denominatore diverso da 0**. Le frazioni apparenti sono particolari frazioni improprie.

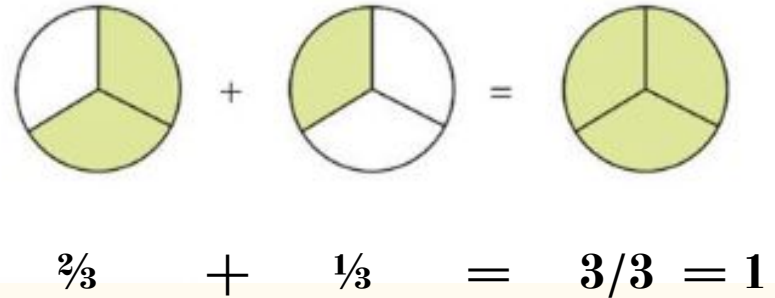


Prova tu

Per ogni frazione, scrivi **P** se essa è propria, **I** se è impropria, **A** se è apparente. Calcola poi per ogni frazione il quoziente che essa rappresenta.

$$\frac{1}{2} \text{ P} \quad 1 : 2 = 0,5 \quad \frac{4}{2} \text{ A} \quad 4 : 2 = 2 \quad \frac{6}{5} \text{ I} \quad 6 : 5 = 1,2$$

- Consideriamo la frazione propria $\frac{2}{3}$. Per avere l'intero manca una parte, cioè $\frac{1}{3}$. La frazione $\frac{1}{3}$ viene chiamata **frazione complementare** di $\frac{2}{3}$ ed è la frazione che **representa la parte rimanente dell'intero**.



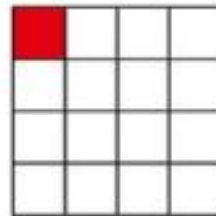
ESEMPI DI ESERCIZI/PROBLEMI SULLE FRAZIONI

7

Scrivi sotto a ogni figura l'unità frazionaria che rappresenta la parte colorata.



$$\frac{1}{11}$$

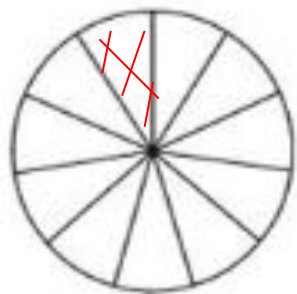


$$\frac{1}{16}$$

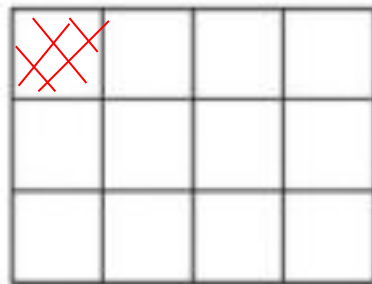
8



Colora ciascuna delle figure in modo che la parte in colore rappresenti l'unità frazionaria indicata sotto di essa.



$$\frac{1}{11}$$



$$\frac{1}{12}$$

11

Completa la seguente tabella.



Numeratore	4
Denominatore	8
Frazione	$\frac{4}{8}$

Per ogni figura scrivi la frazione che rappresenta la parte colorata.

Esercizio guida

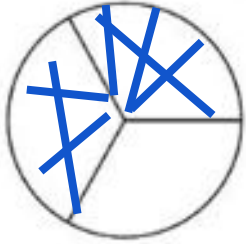


Osserviamo la figura. Per capire quale frazione rappresentano le mele verdi, rispetto al totale delle mele dobbiamo cercare la frazione che, operando sulle 8 mele, dà come risultato il numero di mele verdi. Questa frazione è quella che ha come numeratore il numero di mele verdi e come denominatore il totale delle mele, cioè $\frac{3}{8}$.

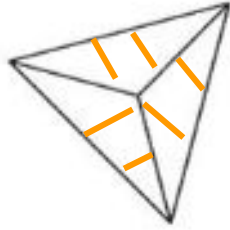
Operando con la frazione $\frac{3}{8}$ sulle 8 mele, otteniamo proprio il numero delle mele verdi, che è 3.

Colora ciascuna delle seguenti figure in modo da rappresentare la frazione indicata sotto di essa.

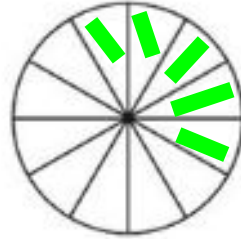
17



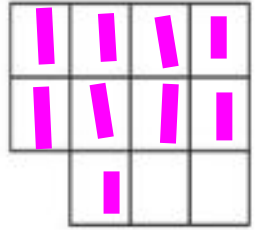
$$\frac{2}{3}$$



$$\frac{3}{3}$$



$$\frac{5}{12}$$

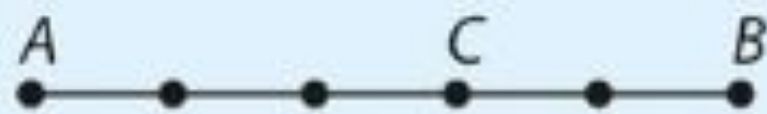


$$\frac{9}{11}$$

Completa le relazioni individuando la frazione corrispondente a ogni segmento indicato.

Esercizio guida

26
● ○ ○




$$AC = \dots AB$$

Il segmento AB è stato diviso in 5 parti uguali e il segmento AC è formato da 3 di queste. Si

ha quindi $AC = \frac{3}{5} AB$.

Scrivi le seguenti frazioni come divisione e calcola il quoziente.


$$\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{3}{4}; \frac{2}{5}; \frac{11}{4}$$

$$1:2=0,5$$

$$1:4=0,25$$

$$3:4=0,75$$

$$2:5=0,4$$

$$11:4=2,75$$

Tra le seguenti frazioni cerchia le frazioni proprie, sottolinea le frazioni improprie e riquadra le frazioni apparenti.



$$\frac{84}{21}$$

$$\frac{35}{34}$$

$$\frac{56}{14}$$

$$\frac{40}{16}$$

$$\frac{25}{28}$$

$$\frac{9}{81}$$

$$\frac{15}{16}$$

A

I

A

I

P

P

P

Completa le seguenti figure in modo da rappresentare due frazioni complementari.

Esercizio guida

60




La prima frazione rappresenta $\frac{1}{6}$. Per rappresentare la complementare, dobbiamo colorare le 5 parti rimanenti.



La frazione complementare è $\frac{5}{6}$.

Calcola i seguenti numeri.

 $\frac{2}{7}$ di 77

$\frac{3}{9}$ di 18

[22; 6]

$77:7 \times 2 = 22$

$18:9 \times 3 = 6$

esercizio guidato

Devo inviare a una sartoria i $\frac{3}{4}$ di una pezza di stoffa lunga 60 m.

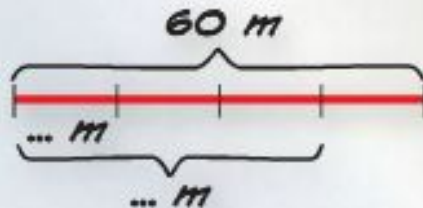
► Quanto sarà lungo il pezzo da inviare?

Soluzione

$$\frac{3}{4} \text{ di } 60 \text{ m}$$

$$60 \text{ m} : 4 = \dots \text{ m} \left(\frac{1}{4} \right) \text{ divido la lunghezza totale in 4 parti uguali}$$

$$15 \text{ m} \cdot 3 = \dots \text{ m} \left(\frac{3}{4} \right) \text{ moltiplico la lunghezza di ogni parte per 3 e ottengo } \frac{3}{4}$$



Nel giardino di Rosa ci sono 24 fragole.

Un coniglio è riuscito a mangiare $\frac{5}{8}$ delle fragole.

Quante fragole ha mangiato il coniglio?

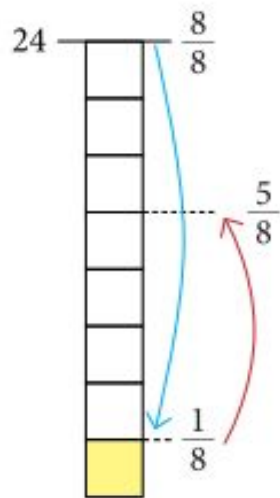
Con l'unità frazionaria calcoliamo la parte.

Per calcolare a quanto corrispondono i $\frac{5}{8}$ del numero 24, si calcola prima quanto è $\frac{1}{8}$.

$$24 : 8 = 3 \quad \left(\frac{1}{8} \text{ delle fragole} \right)$$

$$3 \cdot 5 = 15 \text{ fragole} \quad \left(\frac{5}{8} \text{ delle fragole} \right)$$

Risposta: Il coniglio ha mangiato 15 fragole.



Esercizio guida

- 73** Lo stipendio mensile di Aldo è di 1400 €. I due quinti sono spesi per l'affitto e le spese condominiali. Quanto spende Aldo per affitto e condominio? Quanto gli rimane?

Dati	Domande
Stipendio mensile = 1400 € Affitto e spese condominiali = $\frac{2}{5}$ dello stipendio	Costo sostenuto per l'affitto? Resto disponibile?

Troviamo a quanto ammonta l'affitto mensile:

$$\frac{2}{5} \text{ di } 1400 \text{ €} = 1400 \text{ €} : 5 \cdot 2 = 560 \text{ €}$$

Ad Aldo restano quindi:

$$1400 \text{ €} - 560 \text{ €} = 840 \text{ €}$$

L'affitto mensile e le spese condominiali ammontano a 560 € e restano disponibili 840 €.

Nella figura si vedono i $\frac{2}{5}$
dei ragazzi della 1^aB.
Quanti sono i ragazzi in 1^aB in tutto?



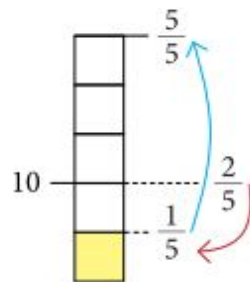
I 10 ragazzi della figura sono solo una parte dei ragazzi della 1^aB

Calcoliamo prima quanti ragazzi corrispondono a $\frac{1}{5}$, e poi risaliamo al totale.

Con l'unità
frazionaria
calcoliamo
l'intero.

$$10 : 2 = 5 \left(\frac{1}{5} \text{ dei ragazzi} \right)$$

$$5 \cdot 5 = 25 \left(\frac{5}{5} \text{ dei ragazzi} \right)$$



Risposta: I ragazzi in 1^aB sono in tutto 25.

COMPITI DA SVOLGERE

STUDIARE LA TEORIA SUL LIBRO DI ARITMETICA
VOLUME 1 DELLE SEGUENTI PAGINE:

330, 331

RISOLVERE I SEGUENTI ESERCIZI:

DA PAGINA 362 N° 1, 3, 5, 8, 11, 13, 18, 27, 33, 44, 61,
69, 74, 78