MATEMATICA

- GRANDEZZE DIRETTAMENTE ED INVERSAMENTE PROPORZIONALI
- COMPITI DA SVOLGERE

DOVE ERAVAMO RIMASTI … E COSA STUDIEREMO

GRANDEZZE

- COSTANTI
- VARIABILI
  - DIPENDENTI
  - INDIPENDENTI

direttamente o inversamente proporzionali

LE GRANDEZZE DIRETTAMENTE PROPORZIONALI

Due grandezze variabili x (indipendente) e y (dipendente) si dicono direttamente proporzionali se valgono le seguenti caratteristiche:

- quando x raddoppia, triplica, quadruplica... anche y raddoppia, triplica, quadruplica...;
- il rapporto tra il valore di y e il valore corrispondente di x è sempre costante cioè

$$\frac{y}{x} = k$$

(k e‘ detto coefficiente di proporzionalità diretta);

- la rappresentazione grafica delle due grandezze tramite il piano cartesiano risulta sempre una semiretta passante per l'origine.

ESEMPIO DI GRANDEZZE DIRETTAMENTE PROPORZIONALI

Consideriamo come esempio le seguenti grandezze variabili: litri di acqua acquistati e la spesa complessiva (1 l = 0,15 euro)

Le due grandezze sono una indipendente (litri di acqua acquistati - variabile x), l'altra dipendente (spesa complessiva- variabile y).

Per studiare due grandezze variabili è sempre necessario inizialmente effettuare la rappresentazione dei dati tramite una tabella:

x l acqua	y € (spesa)
1	0,15
2	0,30
3	0,45
4	0,60

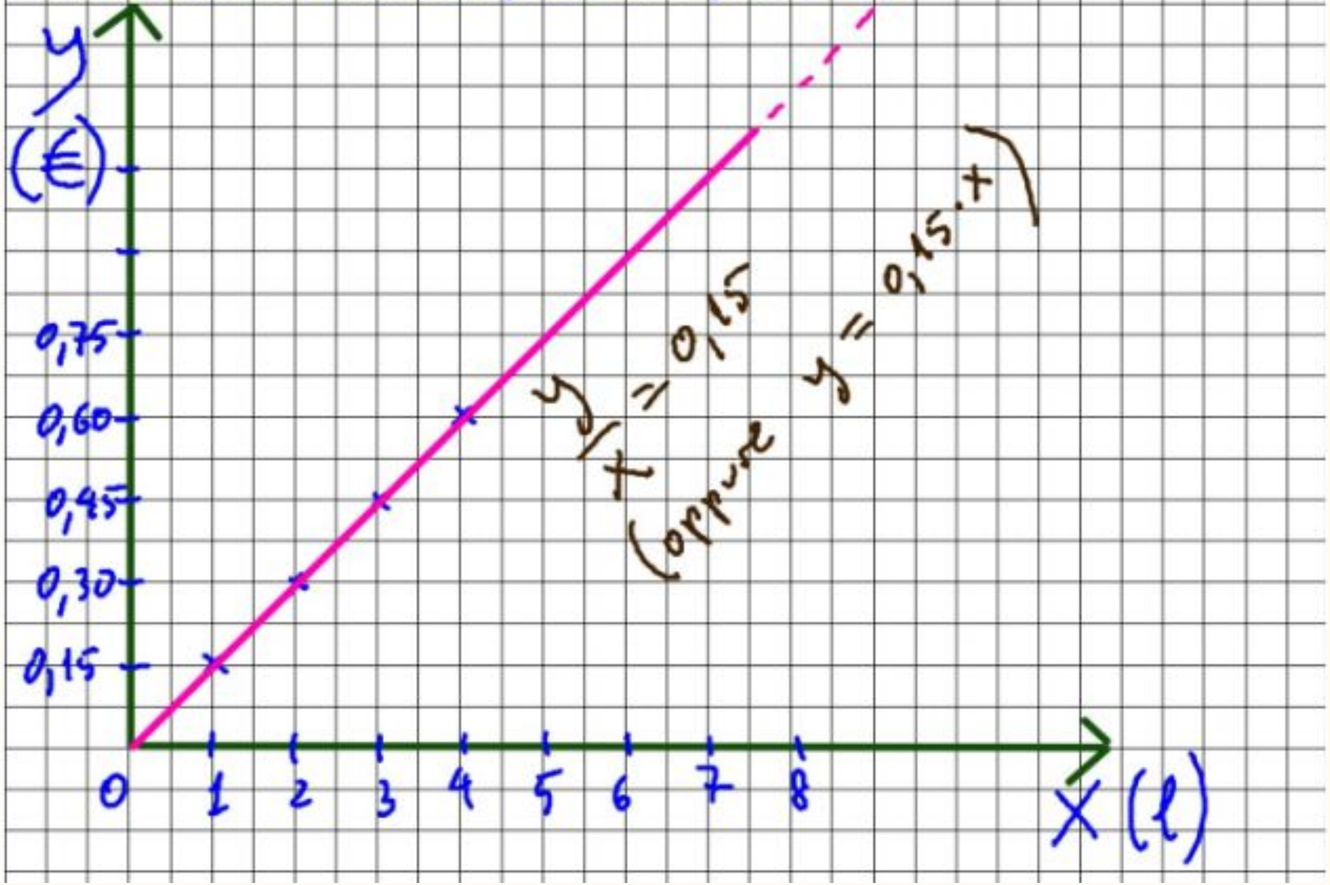
Tenendo conto della tabella possiamo verificare che le due grandezze sono direttamente proporzionali, infatti:

1) Al raddoppiare, triplicare, quadruplicare....di x, anche y raddoppia, triplica, quadruplica...

2) E' sempre costante il rapporto tra il valore di y ed il valore corrispondente di x (ad esempio

$$\frac{0{,}15}{1} = \frac{0{,}30}{2} = \frac{0{,}45}{3} = \frac{0{,}60}{4} = \ldots\ldots = 0{,}15 = K)$$

3) Nel piano cartesiano l'andamento delle due grandezze risulta una semiretta passante per O

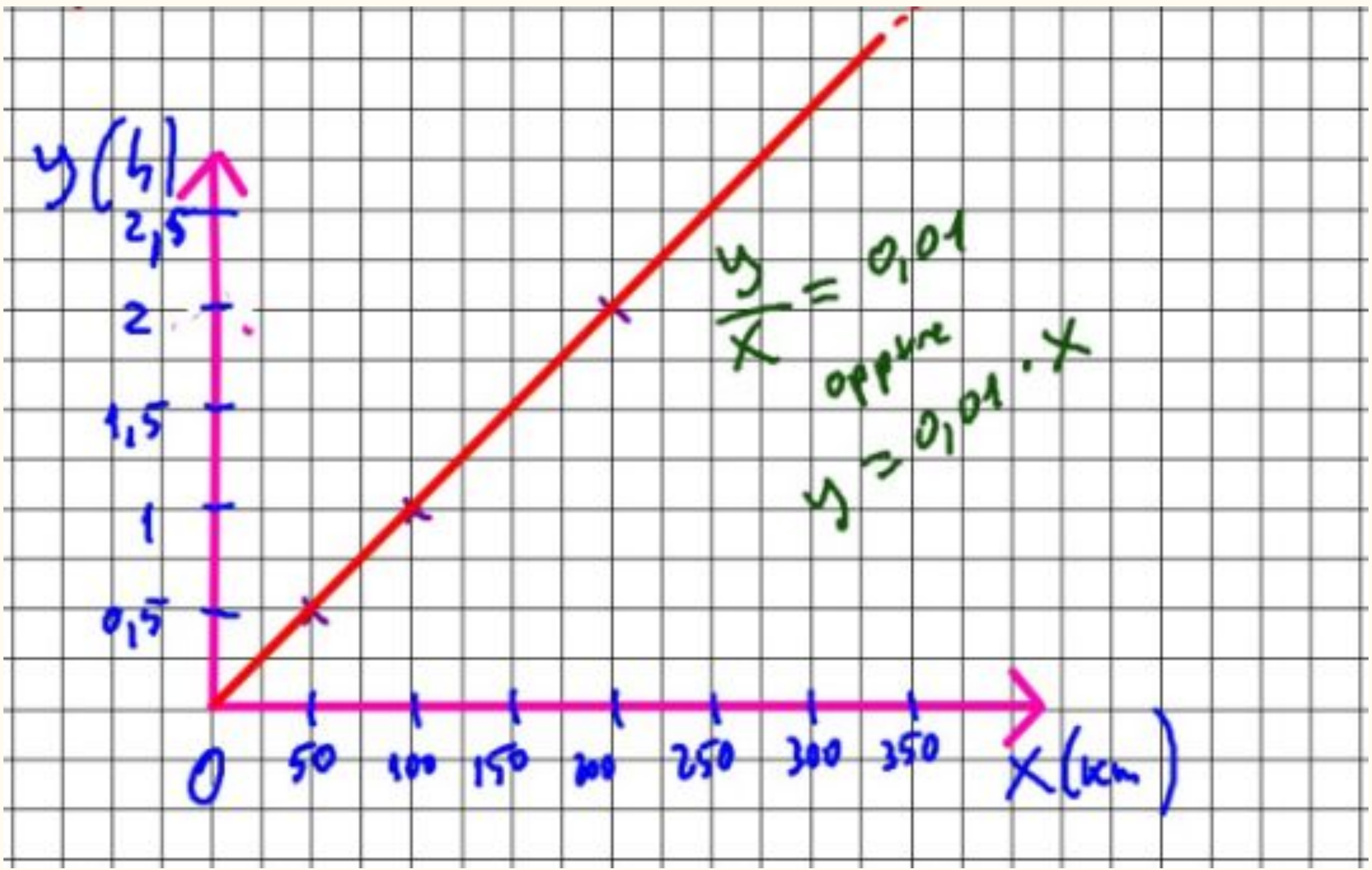


Altro esempio di grandezze direttamente proporzionali

distanza da percorrere x (km)	tempo impiegato y (h)
50	$\frac{1}{2} = 0,5$
100	1
200	2
300	3

N.B. la velocità rimane costante a 100 km/h

$$\frac{y}{x} = k = \frac{0,5}{50} = \frac{1}{100} = \frac{2}{200} = \frac{3}{300} = \dots = 0,01$$



y (h)
2,5
2
1,5
1
0,5
0
50
100
150
200
250
300
350
x (km)
y/x = 0,01
oppure
y = 0,01 · x

LE GRANDEZZE INVERSAMENTE PROPORZIONALI

Due grandezze variabili x (indipendente) ed y (dipendente) si dicono inversamente proporzionali se valgono le seguenti caratteristiche:

- quando una grandezza raddoppia, triplica, quadruplica..., l'altra grandezza si dimezza, diventa un terzo, un quarto...;

- è sempre costante il prodotto tra il valore di x ed il valore corrispondente di y, cioè

$$x \cdot y = k$$

(con $\mathbf{k}$ = coefficiente di proporzionalità inversa)

- la rappresentazione grafica tramite il piano cartesiano risulta sempre una curva detta "ramo di iperbole equilatera"

ESEMPIO DI GRANDEZZE INVERSAMENTE PROPORZIONALI

Consideriamo come esempio le seguenti grandezze inversamente proprozionali:

- valore della rata mensile in euro da pagare (variabile indipendente x)
- numero di mesi necessari per acquistare uno smartphone da 120 euro (variabile dipendente y)

Come sempre, per studiare l'andamento di due grandezze è necessario inizialmente effettuare la rappresentazione con tabella:

valore rata mensile (€)	n° rate mensili
3	40
6	20
12	10
24	5
60	2
120	1

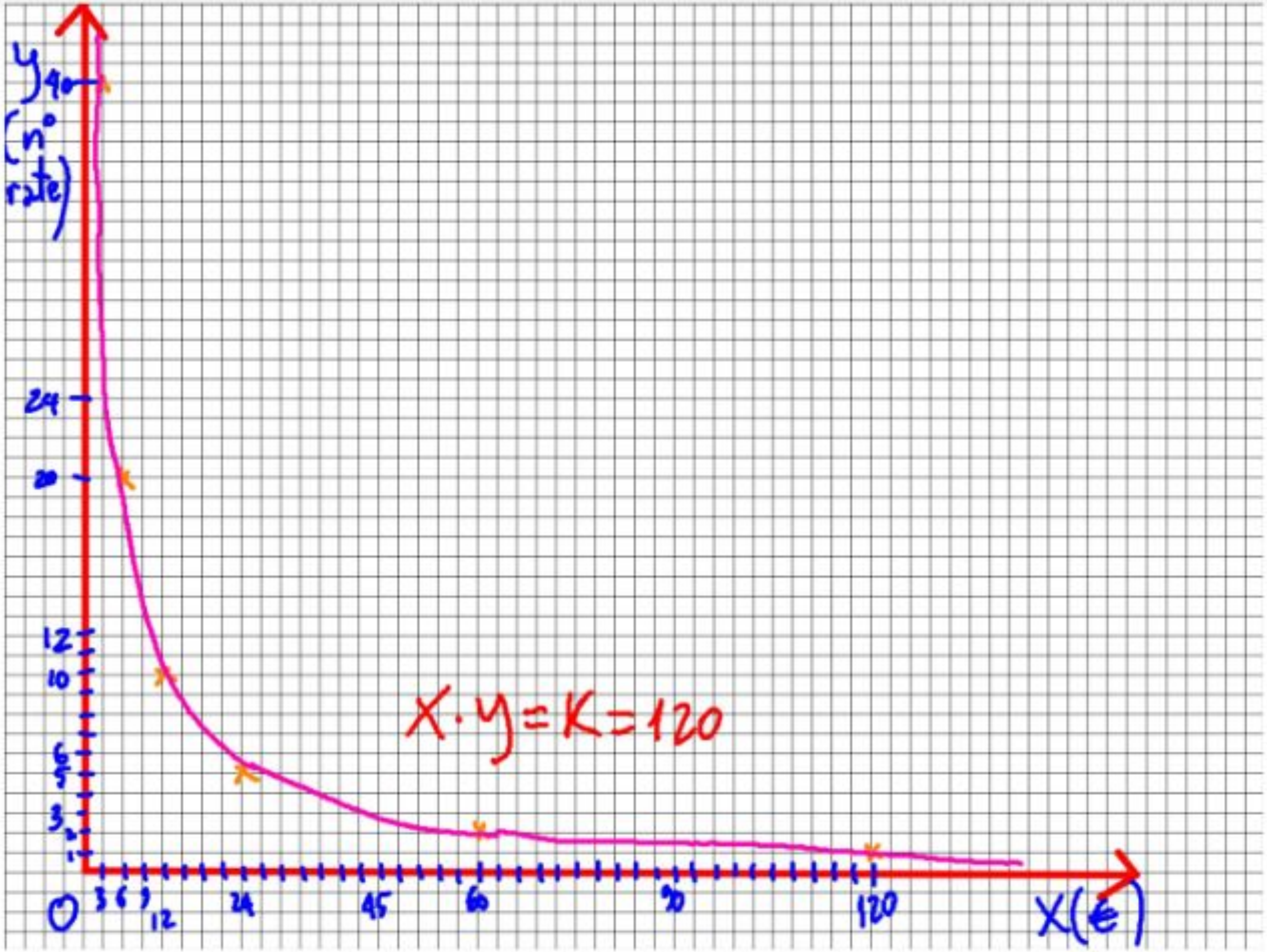
N.B.
lo smartphone costa
120 euro

Le due grandezze x ed y sono inversamente proporzionali infatti:

1) se x diventa la metà, un terzo, un quarto..., allora y diventa il doppio, il triplo, il quadruplo... (e viceversa)

2) è sempre costante il prodotto $x \cdot y$ $(3 \cdot 40 = 6 \cdot 20 = 12 \cdot 10 = 24 \cdot 5 = 60 \cdot 2 = 120 \cdot 1 = 120 = K)$

3) Nel piano cartesiano l'andamento delle due grandezze risulta un ramo di iperbole equilatera da eseguire a mano libera



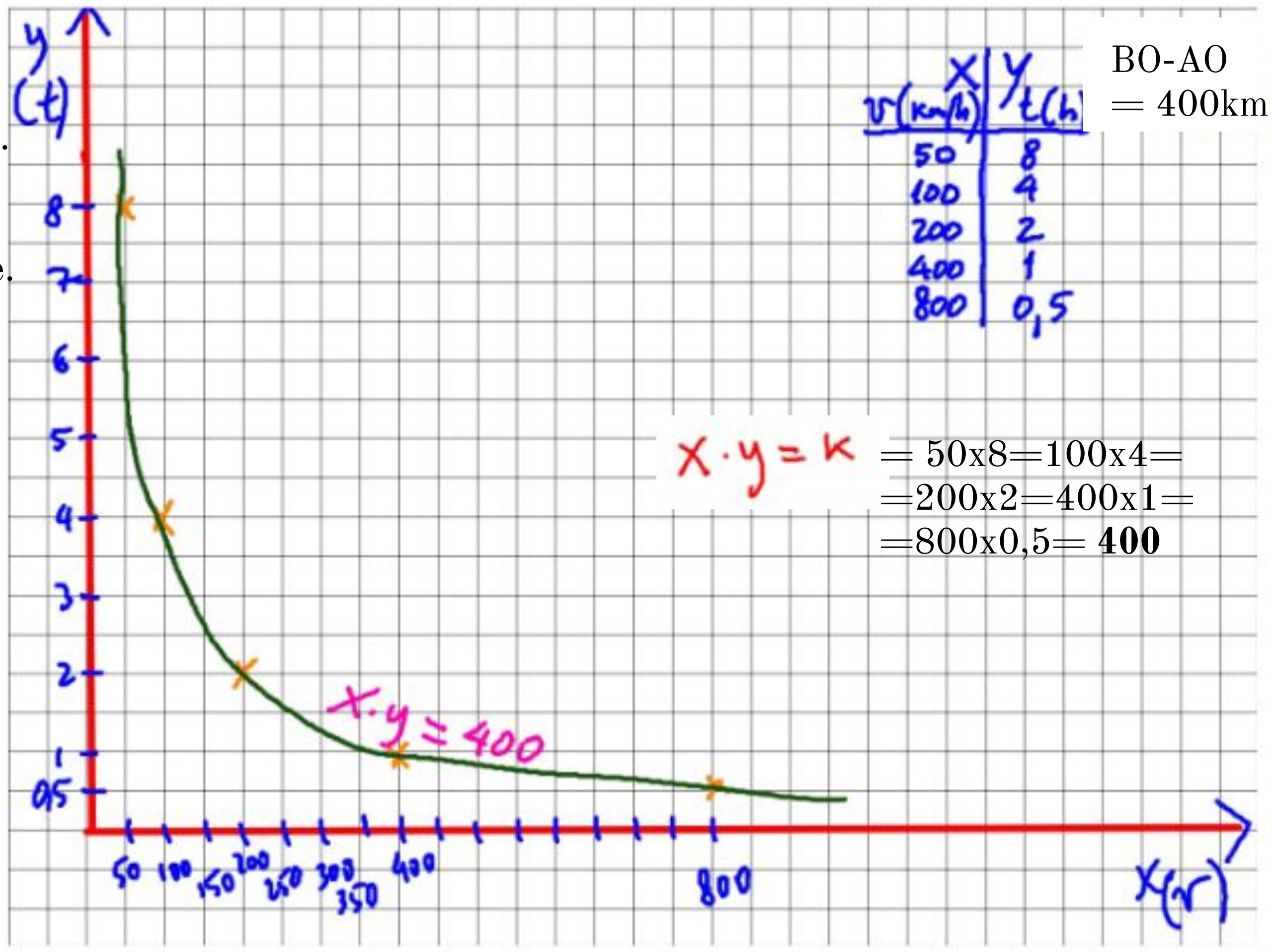
y
40
(n° rate)
24
20
12
10
6
5
3
2
1
O
3
6
9
12
24
45
60
90
120
X(€)
X · y = K = 120

ALTRO ESEMPIO DI GRANDEZZE INVERSAMENTE PROPORZIONALI

Supponiamo di dover percorrere i 400 km della distanza Bologna-Aosta. Vogliamo determinare la variazione del tempo necessario a percorrere la distanza considerando velocità diverse.

velocità dell'automobile/aereo = x = variabile indipendente

tempo impiegato = y = variabile dipendente



BO-AO = 400km

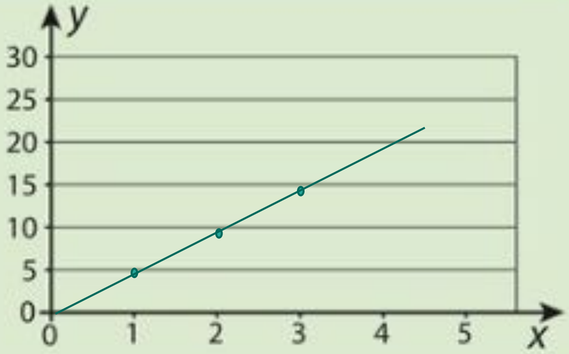
= 50x8=100x4= =200x2=400x1= =800x0,5= **400**

VARI ESERCIZI SVOLTI SULLE GRANDEZZE DIRETTAMENTE ED INVERSAMENTE PROPORZIONALI

Utilizzando i dati della tabella, rappresenta graficamente su un piano cartesiano la funzione e individua il coefficiente di proporzionalità diretta.

$k =$ 5

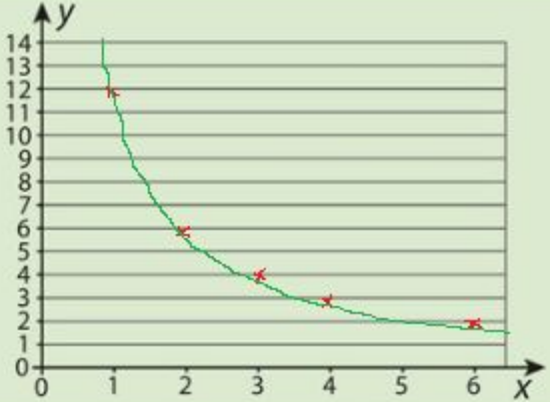
x	1	2	3	4	5
y	5	10	15	20	25



Utilizzando i dati della tabella rappresenta graficamente su un piano cartesiano la funzione e individua il coefficiente di proporzionalità inversa.

$k =$ 12

x	1	2	3	4	6
y	12	6	4	3	2



Riconosci se le grandezze descritte sono direttamente o inversamente proporzionali e trova il coefficiente di proporzionalità.

Esercizio guida

71

x	2	4	8	32	40	44
y	3	6	12	48	60	66

Calcoliamo il rapporto tra ogni valore di y e il corrispondente valore di x: è sempre $\frac{3}{2}$. Perciò le grandezze sono direttamente proporzionali e $k = \frac{3}{2}$.

Completa le seguenti tabelle sapendo che *x* e *y* sono direttamente proporzionali.

Esercizio guida

80

x	2	3		15	12		
y	8		64			32	

La prima colonna ci dice che il valore della y è 4 volte quello della x.

Il coefficiente di proporzionalità diretta è 4 (dal rapporto costante $k = 8 : 2$).

Completiamo i valori mancanti della y moltiplicando il corrispondente valore di x per 4.

Completiamo i valori mancanti della x dividendo il corrispondente valore di y per 4.

x	2	3	16	15	12	8	7
y	8	12	64	60	48	32	28

Nell'ultima colonna, possiamo scegliere quali valori inserire, purché la y sia il quadruplo della x.

Completa le seguenti tabelle sapendo che x e y sono inversamente proporzionali.

Esercizio guida

86

x	6	1	2		4	12	
y	2			4			

La prima colonna ci dice che il prodotto tra i valori di x e y è uguale a 12.

Il coefficiente di proporzionalità inversa è 12 (dal prodotto costante $k = 6 \cdot 2$).

Completiamo i valori mancanti della y dividendo 12 per il corrispondente valore di x.

Completiamo i valori mancanti della x dividendo 12 per il corrispondente valore di y.

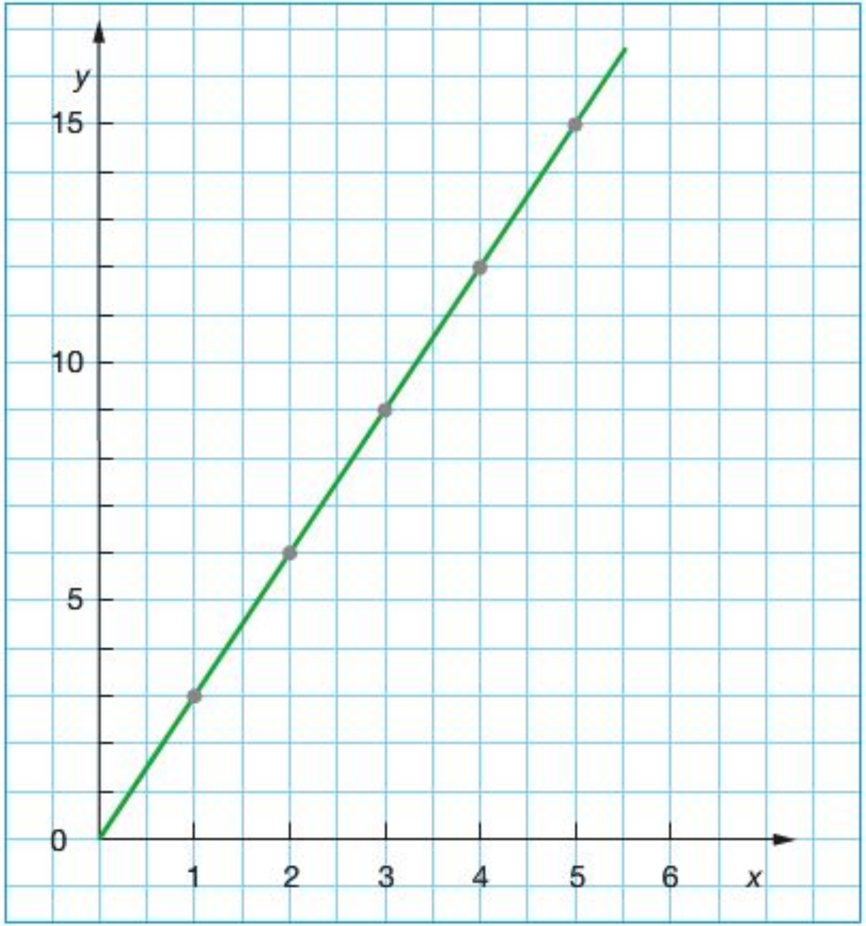
x	6	1	2	3	4	12	5
y	2	12	6	4	3	1	2,4

Nell'ultima colonna, possiamo scegliere quali valori inserire, purché il loro prodotto sia 12.

Osserva tabella e grafico e completa.

x	y
0	0
1	3
2	6
3	9
4	12
5	15

$k =$ ...?... $= 3/1 = 6/2 = 9/3 = ... = 3$



Completa.

a)

x	y
4	40
7	70
8,5	85
11	110
9	90
13,6	136

$k =$ 10

Completa.

a)

x	y
2	4
4	2
8	1
16	1/2
32	¼
64	1/8

$k =$?

$= 8$

b)

x	y
1	20
4	5
5	4
10	2
20	1
5/4	16

$k =$?

$= 20$

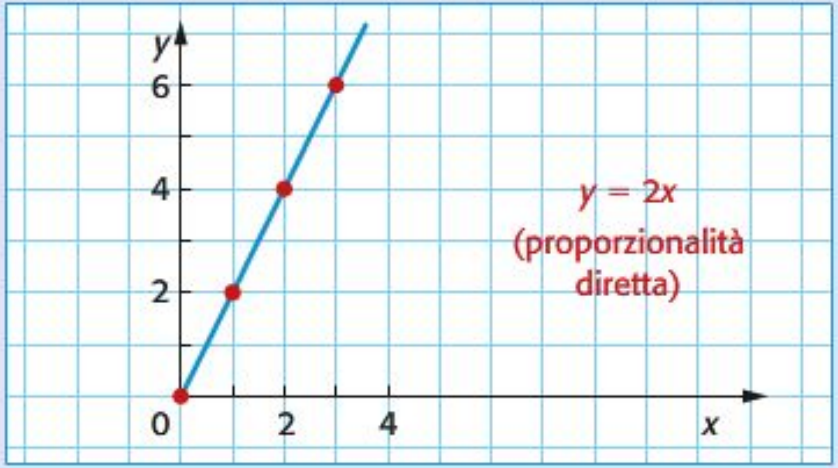
Completa la tabella CON $A = 15 \text{ cm}^2$

base (x)	altezza (y)
3	5
6	2,5
2,5	6
1	15
15	1
5	3

Scrivi la relazione di proporzionalità diretta esistente tra x e y. Danne poi la rappresentazione grafica sul piano cartesiano.

9 **per esempio**

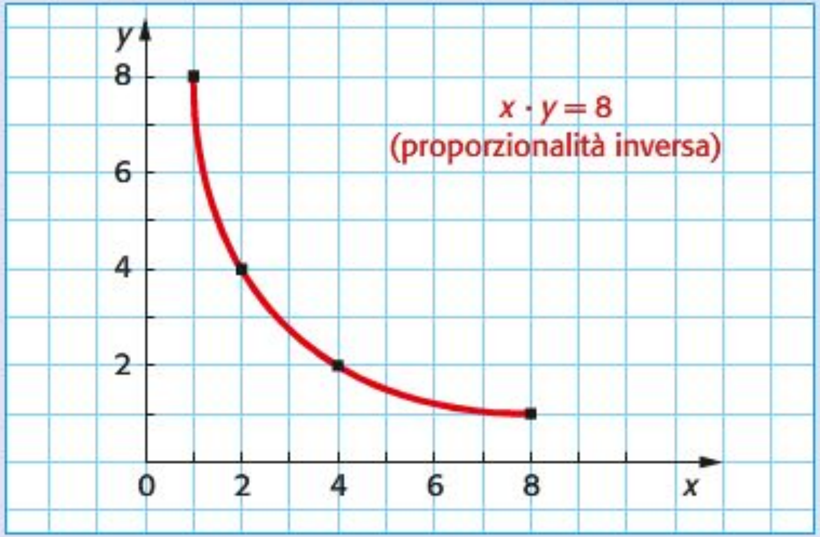
x	0	1	2	3
y	0	2	4	6



Scrivi il legame di proporzionalità inversa esistente tra x e y. Danne poi la rappresentazione grafica sul piano cartesiano.

41 **per esempio**

x	1	2	4	8
y	8	4	2	1



COMPITI DA SVOLGERE

- STUDIARE LE DIAPOSITIVE IMPARANDO LE DEFINIZIONI PRESENTI.
- RISOLVERE I SEGUENTI ESERCIZI DEL LIBRO DI ARITMETICA VOLUME 2:

  DA PAG. 229 N° 30, 38, 39, 72, 75, 81, 87

- RISOLVI I SEGUENTI DUE ESERCIZI DELLE DIAPOSITIVE SUCCESSIVE

Scrivi il legame di proporzionalità inversa esistente tra x e y. Danne poi la rappresentazione grafica sul piano cartesiano.

x	2	4	8	12
y	12	6	3	2

Scrivi la relazione di proporzionalità diretta esistente tra x e y. Danne poi la rappresentazione grafica sul piano cartesiano.

x	3	6	9	12
y	4	8	12	16